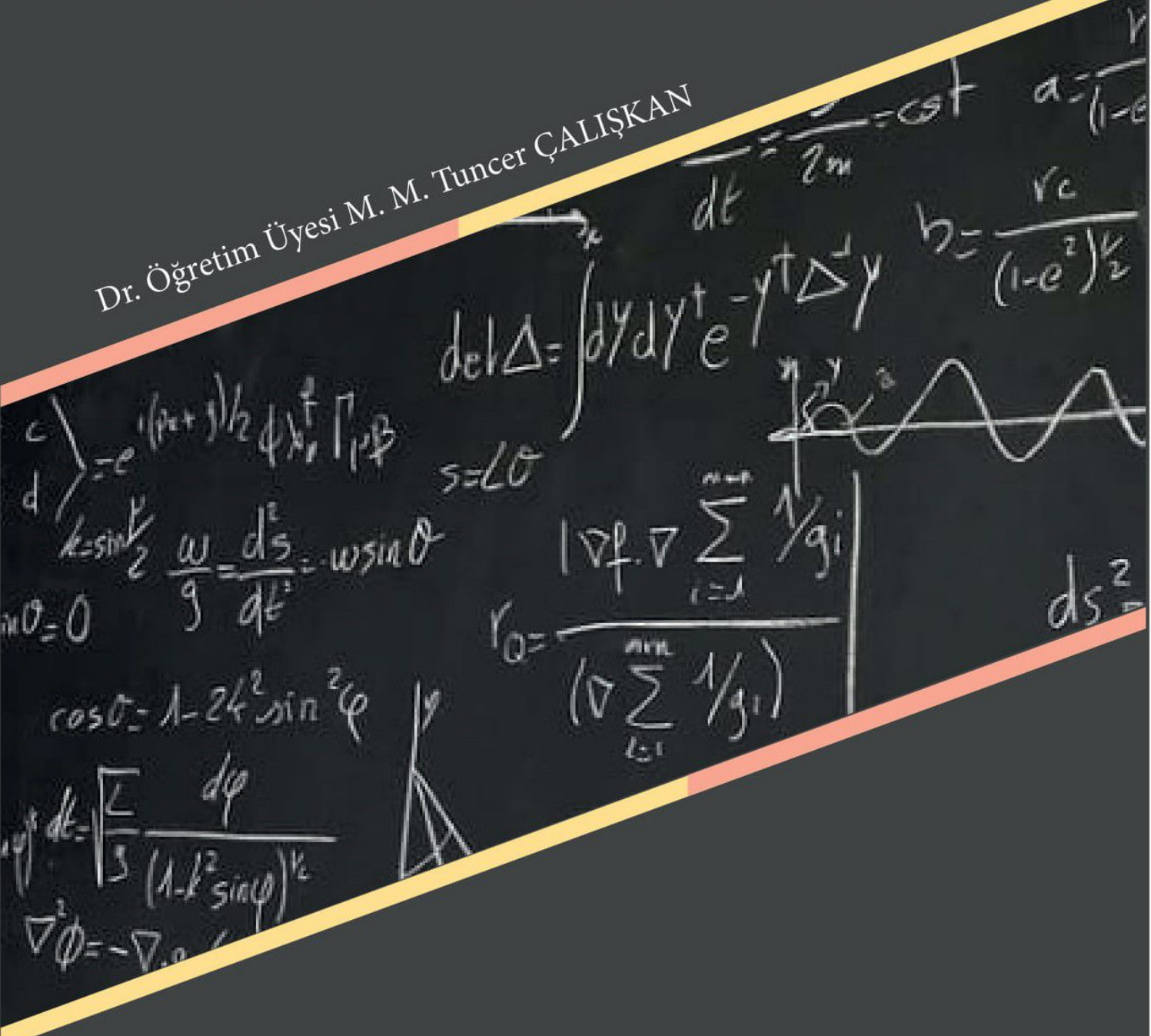


BLACK LITTERMAN MODELİYLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU

İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASINDA MARKOWITZ
ORTALAMA VARYANS MODELİYLE KARŞILAŞTIRMALI
PORTFÖY OPTİMİZASYONU UYGULAMASI

Dr. Öğretim Üyesi M. M. Tuncer ÇALIŞKAN



İktisadi Bilimler



LIVRE DE LYON

Lyon 3001

BLACK LITTERMAN MODELİYLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU


**İSTANBUL MENKUL KIYMETLER BORSASINDA
MARKOWITZ ORTALAMA VARYANS MODELİYLE
KARŞILAŞTIRMALI PORTFÖY OPTİMİZASYONU
UYGULAMASI**

Dr. Öğr. Üyesi M. M. Tuncer ÇALIŞKAN



LIVRE DE LYON

Lyon 2021

Yazar/Author • M. M. Tuncer alışkan  ORCID 0000-0001-7566-2138

Kapak Tasarımı/Cover Design • Aruull Raja

Birinci Baskı/First Published • Ocak/January 2021, Lyon

ISBN: 978-2-38236-103-0

© copyright

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the publisher's permission.

Publisher • Livre de Lyon

Address • 37 rue marietton, 69009, Lyon France

website • <http://www.livredelyon.com>

e-mail • livredelyon@gmail.com



LIVRE DE LYON

ÖN SÖZ

Rekabetin her alanda arttığı günümüzde, rakiplerinizden bir adım önde olmanın size sağlayacağı fayda, bugün size küçük bir adım gibi görünse de unutulmamalıdır ki, rakiplerinizle uzak ara farklar hep o küçük adım ile başlamıştır.

Teknolojinin yoğun olarak kullanılmadığı 1900'lü yılların başlarında yalın çeşitlendirme ile portföylerini yöneten kişi veya kurumların oluşturdukları portföylerin, çok şanslı değillerse, modern portföy teorisine göre çeşitlendirilmiş portföylerle risk ve getiri anlamında rekabet etmesi neredeyse imkansızdır.

1952'de Harry Markowitz'in "Portfolio Selection" adlı makalesinin The Journal of Finance dergisinde yayınlaması ile birlikte, modern portföy teorisinin temelleri atılmıştır ve bugün hala yapılan pek çok finansal çalışma, Markowitz'in makalesindeki fikirler ile ilişkilendirilmekte ve desteklenmektedir.

Markowitz'in Modern Portföy Teorisi tarihte her ne kadar önemli bir yer tutsa da sürekli eleştirilere maruz kalmıştır. Bu eleştirilerden belki de en önemlisi, yatırımcı görüşlerinin portföye dâhil edilememesi ve aynı risk düzeyinde bulunan kişilere aynı portföyü önermesidir. Modern portföy teorisinde ki bu eksikliği gören Fischer BLACK ve Robert LITTERMAN isimli iki bilim insanı yatırımcının sübjektif görüşlerinin de portföye dahil edebileceği Black - Litterman modelini geliştirmişlerdir. Teorik olarak Markowitz Ortalama Varyans modelinin bittiği noktada Black – Litterman modeli başlamaktadır.

Bulduğunuz sosyal çevreden edindiğiniz bilgiler nedeniyle, bir varlığın getiri oranının, bilgisayarların sunduğu oranlara göre olumlu veya olumsuz bir getirisi olabileceğini düşünebilirsiniz. Herhangi bir varlık getirisi üzerinde düşündüğünüz pozitif yada negatif yönde olan o küçük bilginin, dünyanın bir yerinde kanat çırpın bir kelebeğin kanadından çıkan rüzgarın, dünyanın başka bir yerinde kasırgalar meydana getirmesi gibi bir etki yaratabileceğiniz farkında mısınız? "Sadece ama sadece bir varlıkta Markowitz Ortalama Varyans modelinin ortaya koyduğu getiri oranından farklı bir getiri oranı düşünsük ne değişir?" dediğinizi duyar gibiyim. Ama unutmayın ki aslında bütün varlıklar birbirleriyle pozitif yada negatif yönde bir ilişkisi içerisindedir. Kelebeğin kanat çırpması

sonucu çıkan rüzgar misali, bir varlık üzerinde ortaya çıkan pozitif yada negatif yönlü bir getiri, içinde bulunduğu korelasyonun yönü doğrultusunda tüm varlıkları etkilemektedir.

Bu kitabı yazarken özellikle uygulama alanında adım adım gitmeye çalıştım. Excell’de yaptığım her adımın ekran görüntüsünü vererek sizlere Excell’de yazılan “kod” konusunda yardımcı olmaya çalıştım. Bu sayede, Black Litterman modelini uygulamak isteyen her uygulamacının, başka birisine ihtiyaç duymadan rahatlıkla kendi portföy optimizasyonunu gerçekleştirebilmesini istedim.

Bu kitabın portföy yönetimi üzerine çalışmayı düşünün öğrencilere ve uygulamacılara faydalı olabileceğini düşünüyorum. Bu kitabın bugüne kadar portföy yönetimine karşı hiç ilgisi olmayan ama kendi portföyünü oluşturmak isteyen kişilere faydasının çok olacağını düşünüyorum. Ama sanırım bu kitap en çok fark yaratmak isteyenler için faydalı olacaktır. Başta da belirttiğim gibi, fark yaratmak için önemli olan, ilk adımı atabilmektir.

Bu kitap ile fark yaratacak ilk adımı atmak üzeresiniz.

Dr. Öğr. Üyesi M. M. Tuncer ÇALIŞKAN

PREFACE

These days where competition is increasing in every field, the benefit of being one step ahead of your competitors seems like a small step to you today, but it should not be forgotten that distant differences with your competitors have always started with that small step.

In the early 1900s, when technology was not used extensively, portfolios created by individuals or institutions that manage their portfolios with simple diversification are almost impossible to compete with portfolios diversified according to Modern Portfolio Theory in terms of risk and return.

The article of Harry Markowitz's "Portfolio Selection" published in the Journal of Finance in 1952, laid the foundations of Modern Portfolio Theory. Many financial studies still carried out today are associated and supported by the ideas in Markowitz's article.

Although Markowitz's Modern Portfolio Theory has an importance in finance history, it has been subject to constant criticism. Seeing this deficiency in Modern Portfolio Theory, two scientists named Fischer BLACK and Robert LITTERMAN developed the Black - Litterman model, in which the subjective opinions of investors can be included in the portfolio. Theoretically, the Black - Litterman model begins at the point where the Markowitz Mean-Variance model ends.

Because of the information you have gained from the social environment you are in, you may think the rate of return of an asset might have a positive or negative return over the rates that the computers offer. Do you realize that little information that you think is positive or negative about any asset return: can have an effect like the wind coming out of the wing of a butterfly causes a storm in another part of the world? You may think of "what would change if I thought of a different rate of return from the Markowitz Mean-Variance Model on one asset only?". But remember that all assets have a positive or negative relationship with each other. Like the wind generated by the flapping of the wings of a butterfly, a positive or negative return on an asset affects all assets in line with the direction of its correlation.

While writing this book, I tried to go step by step, especially in the application part of the Black-Litterman model. I tried to help the readers with the "code" written in Excell by giving screenshots of every step I made in Excell. By doing so, I required the reader could easily implement the Black Litterman model for portfolio optimization by him/her self.

I think this book can be useful to students and practitioners who are considering working on portfolio management. I think this book will be of great benefit to those who have never had any interest in portfolio management but want to create their portfolio. But I think this book will be useful for those who want to make the most difference. As I mentioned at the beginning, the important thing to make a difference is to take the first step.

With this book, you are about to take the first step that will make a difference.

Asst. Prof. Dr. M. M. Tuncer ÇALIŞKAN

İÇİNDEKİLER

ÖN SÖZ.....	I
PREFACE	III
KISALTMALAR	VII
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	IX
TABLolar LİSTESİ	XI
GİRİŞ	1
1. MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMLARI	5
1.1 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli	11
1.1.1 Kayıtsızlık Eğrileri	21
1.1.2 Etkin Sınır	23
1.1.3 Portföy Seçimi ve Optimal Portföylerin Belirlenmesi ..	28
1.1.4 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin Zayıf Yönleri.....	30
1.2 Black - Litterman Modeli	34
1.2.1 Black - Litterman Modeli'nin Temel Bileşenleri	36
1.3 Portföy Performansının Ölçülmesi	38
1.3.1 Sharpe Ölçüsü	39
1.3.2 Treynor Ölçüsü.....	39
1.3.3 Jensen Ölçüsü.....	40
2. MODERN PORTFÖY KURAMININ GELİŞİMİ	43
2.1 Endeks Modeller	44
2.2 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli	48
2.2.1 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin Denkleminin Türetilmesi	53
2.2.2 Ayırım Teoremi.....	58
2.2.3 Pazar Portföyü	59
2.2.4 Pazar Modeli	60
2.2.5 Endeks Modeli, Pazar Modeli ve Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli Arasındaki İlişki	62
2.2.6 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde Beta Katsayısı.....	64
2.2.7 Menkul Değer Doğrusu.....	67
2.3 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli	72
2.3.1 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin Varsayımları ve Temel Gösterimi.....	73
2.3.2 Arbitraj Fiyatları ve Rizikosuz Varlıklar	74
2.3.3 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin Uygulanabilirliği ...	75
3. BLACK - LITTERMAN MODELİNİN GELİŞİMİ.....	77

3.1 Black - Litterman Modeli'nin Gelişimi Ve Literatür Taraması.....	77
3.2 Black - Litterman Modeli'nin Matematiksel Altyapısı.....	82
3.2.1 Black - Litterman Modeli'nin Varsayımları	86
3.2.2 Denge	87
3.2.3 Görüşlerin İfade Edilmesi	92
3.3. Bayes Yaklaşımı	102
3.4 Denge Getirileri.....	106
3 5. Theil'in Karma Tahmin Yöntemi	107
3.5.1 Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmini	108
3.5.2 Karma Tahmin	109
3.5.3 Modelin özellikleri.....	109
3.5.4 τ 'nin En Küçük Karelere Dayalı Tahmini	111
3.6. Örneklem Teorisi Yaklaşımı ve Black - Litterman Modeli	112
4. MARKOWITZ ORTALAMA - VARYANS MODELİYLE KARŞILAŞTIRMALI OLARAK BLACK - LITTERMAN MODELİNE GÖRE PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE İMKB UYGULAMASI (2003-2009).....	115
4.1 Uygulamanın Amacı ve Önemi.....	115
4.2 Uygulamanın Yöntemi.....	115
4.3 Uygulama Verilerinin Toplanması ve Veri Aralığının Seçimi	117
4.4 Uygulamanın Hipotezleri.....	118
4.5 Uygulama Verilerinin Analizi.....	119
4.6 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne Göre Portföy Optimizasyonu	125
4.7 Black - Litterman Modeli'ne Göre Portföy Optimizasyonu	129
4.8 Portföy Performanslarının Ölçülmesi	134
4.9 Uygulama Hipotezlerinin Testi	142
4.10 Bulguların Değerlendirilmesi.....	144
5. SONUÇ	149
YARARLANILAN KAYNAKLAR.....	152

KISALTMALAR

a.g.e.	: Adı Geçen Eser
AFM	: Arbitraj Fiyatlandırma Modeli
AKBNK	: Akbank
ARCLK	: Arçelik
AYGAZ	: Aygaz
BG	: Beklenen Getiri
B-L	: Black - Litterman Modeli
DJ	: Dow Jones
DOHOL	: Doğan Holding
DYHOL	: Doğan Yayın Holding
EREGL	: Ereğli Demir Çelik Fabrikaları
FVFM	: Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli
GARAN	: Garanti Bankası
İMKB	: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
ISCTR	: İş Bankası C Tipi Pay Senedi
KCHOL	: Koç Holding
MGROS	: Migros
MPA	: Markowitz Portföy Ağırlığı
MV	: Markowitz Ortalama Varyans Modeli
PETKM	: Petkim
SAHOL	: Sabancı Holding
S&P	: Standard and Poor's
T.C.	: Türkiye Cumhuriyeti
TCELL	: Türkcell İletişim
THYAO	: Türk Hava Yolları Anonim Şirketi
TOASO	: Tofaş Oto Fabrikaları
TUPRS	: Tüpraş
s	: Sayfa
ss	: Sayfadan Sayfaya
Var	: Varyans
VcV	: Varyans Kovaryans Matrisi
YKBNK	: Yapı Kredi Bankası

SİMGELER

μ_i	: i varlığının beklenen getirisi, başka bir gösterimi; $E(r_i)$
μ_p	: Portföyün beklenen getirisi, başka bir gösterimi; $E(r_p)$
μ_M	: Pazar portföyünün beklenen getirisi, başka bir gösterimi
$E(r_M)$	

- σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değerini (i=1,...,N)
(j=1,...,N),
i=j için i varlığının varyans değeri
 σ_p : Portföyün standart sapması
 σ_M : Pazar portföyünün standart sapması
 σ_M^2 : Pazar portföyünün varyansı
 X_i : i varlığının portföy içindeki oranı (i=1,...,N),
 R_i : i varlığının getirisi
 R_p : Portföyün getirisi
 \bar{R}_p : Portföyün ortalama getirisi
 R_M : Pazar portföyünün getirisi
 r_f : Rizikosuz faiz oranı
 e_{it} : Tesadüfi hata terimi
 β_p : Portföyün sistematik rizikosu yada beta katsayısı
 β_i : i varlığının sistematik rizikosu yada beta katsayısı
n : Portföy içinde bulunan varlık sayısı
 ε_i : İşletmeye özgü riziko yada sistematik olmayan riziko
 \bar{A} : Yatırımcılar arasında ortalama riziko alma derecesi
M : Pazar portföyü
 ρ_{AB} : A ve B pay senetlerinin beklenen getirileri arasındaki
korelasyon katsayısı
 \bar{f}_i : Riziko primi
 Σ : Kovaryans matrisi
 w_m : Piyasa kapitalizasyon oranı
 δ : Rizikodan kaçınma katsayısı
 Ω : Yatırımcı görüşlerinin belirsizlik düzeyi
 τ : Enformasyon oranı
P : Yatırımcı görüş matrisi
 π : Denge durumunda artık beklenen getiri
q : Yatırımcının her görüşü için tahmini beklenen getiri

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1: Portföylerde Çeşitlendirme Etkisi.....	9
Şekil 1.2: Portföy Yönetimi Sistemi.....	10
Şekil 1.3: Kayıtsızlık Eğrileri.....	22
Şekil 1.4: Rizikodan Kaçınma Katsayılarına Göre Yatırımcıların Kayıtsızlık Eğrileri.....	23
Şekil 1.5: Yatırım Fırsatları Kümesi.....	24
Şekil 1.6: Etkin Sınır.....	25
Şekil 1.7: Rizikosuz Faiz Oranından Yatırım İmkânı Eklendiğinde Etkin Sınır.....	26
Şekil 1.8: Rizikosuz Faiz Oranından Borçlanma İmkânı Eklendiğinde Etkin Sınır.....	27
Şekil 1.9: Rizikosuz Faiz Oranından Borç Alma ve Borç Verme Durumunda Etkin Sınır.....	28
Şekil 1.10: Yatırımcı Gruplarının Optimal Portföylerinin Belirlenmesi.....	29
Şekil 2.1: Varlıkların Beklenen Getirileri ve Beta Değerleri Arasındaki İlişki.....	53
Şekil 2.2: Beklenen Getiri Riziko Diyagramı.....	55
Şekil 2.3: Sermaye Pazarı Doğrusu.....	56
Şekil 2.4: Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde Denklem Türetilmesi.....	58
Şekil 2.5: Pazar Modeli.....	61
Şekil 2.6: $\sigma_{i,m}$ ve β_i Arasındaki İlişki.....	68
Şekil 2.7: Menkul Değer Doğrusu.....	69

TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1: Enformasyon Oranı, Belirsizlik Düzeyi ve Sonsal Varyans Karşılaştırması.....	82
Tablo 3.2: Gösterge Varlıklar.....	96
Tablo 3.3: Piyasa Kapitalizasyon Oranları.....	101
Tablo 4.1: Portföy Kapsamındaki İşletmeler Ve Toplam Pay Senedi Sayıları.....	120
Tablo 4.2: Portföy Kapsamındaki Pay Sentlerinin Piyasa Değerleri....	121
Tablo 4.3: Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin Benchmark Dağılımı.....	122
Tablo 4.4: Portföye Kapsamındaki Pay Sentlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Dönemine Ait Günlük Kapanış Fiyatları.....	122
Tablo 4.5: Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Ait Getirilerin.....	123
Tablo 4.6: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Ait Logaritmik Getirinin Ortalamadan Sapma Matrisi.....	124
Tablo 4.7: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Logaritmik Getirilerinin Ortalamadan Sapma Matrisinin Devrik Dönüşüm Matrisi.....	124
Tablo 4.8: Varyans-Kovaryans Matrisi.....	125
Tablo 4.9: Yıllık ve Günlük Bileşik Faiz Oranları.....	126
Tablo 4.10: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Dönemine Ait Markowitz Portföy Ağırlıkları.....	127
Tablo 4.11: 2003 – 2009 Dönemleri Arası Markowitz Portföy Ağırlıkları.....	128
Tablo 4.12: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Beklenen Getirilerinin Hesaplanması.....	129
Tablo 4.13: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Varyans Matrisi.....	130
Tablo 4.14: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Korelasyon Matrisi.....	131
Tablo 4.15: Black - Litterman Portföy Ağırlıkları.....	131
Tablo 4.16: 2003 – 2009 Yılları Arası Black - Litterman Portföy Ağırlıkları.....	132

Tablo 4.17: Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Döneminde Black - Litterman ve Markowitz Portföy Ağırlıkları.....	133
Tablo 4.18: Tahmin Öncesi ve Sonrası Beklenen Getiri ve Portföy Ağırlığı Değişimi.....	134
Tablo 4.19: Black - Litterman Ve Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile Oluşturulan Portföylerin Beta Faktörlerinin Bulunması.....	137
Tablo 4.20: 2003-2009 Yılları Arasında Markowitz, Black -Litterman ve Benchmark Portföylerinin Performanslarının Ölçülmesi İçin Gerekli Olan Veri Seti.....	139
Tablo 4.21: Uygulama Sonuçlarının Performans Ölçütlerine ve Beta Faktörüne Göre Sıralanması.....	141
Tablo 4.22: Uygulama Sonuçlarının Performans Ölçütlerine Göre Yüzdesele Başarı Oranı.....	142
Tablo 4.23: Hipotezlerin Testine İlişkin t-Testi Sonuçları (%99 Güven Aralığına Göre.....	144
Tablo 4.24: Uygulamanın Hipotezleri ve Özet Sonuçlar.....	145
Tablo 4.25: Uygulamaya Konu Olan Dönemler ve Piyasa Türleri.....	148

GİRİŞ

Yirminci yüzyılın son çeyreği, teknolojik ve finansal açıdan çok büyük değişikliklere sahne olmuştur. Bu değişim sürecinde, uluslararası ticaretin ve sermaye hareketlerinin serbestleşmesi, ticaret hacminin artması, hızlanması, yaygınlaşması ve yeni yatırım araçlarının devreye girmesi, yeni üretim teknikleri ve bilgi ekonomisinin avantajları ile büyüyen dünya ekonomisinin yapısı, önemli bir değişime uğramıştır. Gelişen teknolojik yapı, yenilikleri beraberinde getirirken, birçok endüstriyi de peşinden sürüklemiştir. Bu değişimden etkilenen finans dünyası, 1980'lerden sonra hızlı bir şekilde değişime maruz kalmıştır. Yaşanan değişimle birlikte ortaya çıkan yeni finansal ürünler, finans piyasalarını çok daha karmaşık bir yapı haline getirmiştir¹.

Teknolojik gelişmelerin son hızla devam ettiği günümüzde bilgi kaynaklarına ulaşım son derece kolaylaşmıştır. Küreselleşen dünyada yatırımcıların pay senetlerine yatırım kararı verirken birçok değişkeni göz önünde bulundurması birçok yatırımcının yaptıkları yatırımlardan farklı getiriler beklemelerine neden olmaktadır.

Yatırımcılar, beklenen getirileri aynı düzeyde olan iki yatırımdan rizikosu düşük olanı tercih ederler. Riziko düzeyleri aynı olan yatırımlar arasında tercih edilecek yatırım aracı ise beklenen getirisi fazla olanıdır. Çünkü yatırıma karşılık elde edeceği faydayı en üst düzeye çıkarmak isteyen yatırımcı bu amacına ulaşabilmek için ya rizikodan kaçacak ve düşük kazançla yetinecek, ya da katlanmak zorunda kalacağı her ek rizikoya karşı daha yüksek bir getiri elde etme beklentisi içinde olacaktır.

En iyi yatırım portföyüne sahip olmak için yatırımlar değerlendirilirken getiri kadar bu getirilerle ilgili olan rizikonun da incelenmesi gerekmektedir. Bu amaçla portföy seçimi yapma çalışmaları H. Markowitz'in "Portfolio Selection" başlıklı çalışmasına dayanmaktadır. Markowitz'in 1952 yılında ilk defa yayınlayıp daha sonra kitap haline getirdiği Ortalama - Varyans Optimizasyonu Modern Portföy Teorisinin başlangıcı olarak kabul edilir. Bu yöntem günümüzde de gelişen bilgisayar teknolojisi ve

¹ Finansal güç için: Finansal yenilik, Active Academy, Araştırma Merkezi, 18 Ekim 2003, s. 1.

http://www.makalem.com/Search/ArticleDetails.asp?nARTICLE_id=2711

yeni teoriler sayesinde artan bir ivmeyle kullanılmaya devam edilmektedir.

Markowitz'in portföy seçimi modeli, geleneksel portföy modeli'ne önemli katkıda bulunmuştur. Geleneksel portföy çeşitlendirmesine göre, portföyde çeşitlendirme yaparak, daha düşük rizikolu portföyler oluşturmak mümkündür. Markowitz Modern Portföy Teorisiyle, finansal varlıkların getirileri arasındaki ilişkilerin de dikkate alınması ve tam pozitif ilişki içinde bulunmayan varlıkların aynı portföyde birleştirilmesiyle beklenen getiriden feragat etmeksizin rizikonun azaltılabileceğini göstermiştir.

Gelişen teknoloji ile birlikte yatırımcılar bilgisayar yazılımlarından faydalanarak yatırımlarını yönlendirmeye başlamışlardır. Ancak bu yazılımlar bir takım bilgisayar uygulamaların ötesine geçememiştir. Bu yazılımlar yatırımcı görüşlerini dikkate almamaktadır. Bu durum ortak yatırım kümesine sahip bütün yatırımcılar için aynı riziko düzeyinde aynı beklenen getiriye beraberinde getirmektedir.

Ortak yatırım kümesine sahip yatırımcılar yatırım kümesindeki her bir yatırım aracı için farklı görüşlere sahip olabilir. Bilgisayar uygulamaları bunu dikkate almadığından uygulamada beklenen getiri ile gerçekleşen getiri arasında sapma oluşmaktadır. Bu sapmayı fark eden Black ve Litterman kendi isimlerini taşıyan modeli 1991 yılında yazdıkları bir makale ile dünyaya duyurmuştur. Black ve Litterman yatırımcı görüşlerini içeren portföylerin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nden daha güçlü sonuçlar verdiğini tespit etmişlerdir.

Bu çalışmada Markowitz Ortalama - Varyans Modeli yaklaşımı ile Black - Litterman Portföy Yaklaşımı ayrıntılı olarak incelemektedir. Her iki modelle oluşturulan portföyler performansları bakımından karşılaştırılmaktadır.

Bu çalışmanın amacı pay senetlerine yapılan yatırımlarda beklenen getiri ile gerçekleşen getiri arasında ortaya çıkan sapmanın en aza indirilmesini sağlamaktır. Bu amacı gerçekleştirmek için Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin devamı niteliğinde olan Black - Litterman Modeli'nden faydalanılmaktadır.

Çalışmanın birinci bölümünde Portföy Yönetimi Yaklaşımları konusuna yer verilmektedir. Portföy Yönetimi Yaklaşımlarında Geleneksel Portföy Yaklaşımından Modern Portföy Teorisine geçiş süreci ayrıntılı olarak incelenmektedir. Markowitz Portföy Yaklaşımının zayıf yanları açıklandıktan sonra Black - Litterman Modeli ve modelin temel bileşenleri açıklanmaktadır. Çalışmanın amacına yönelik olarak her iki modele göre oluşturulan portföylerin performansının ölçülmesi için kullanılacak olan performans ölçütlerine de bu bölümde yer verilmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde Markowitz Portföy Kuramının Gelişimine yer verilmektedir. Bu bölümde Endeks Modeller, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli ve Arbitraj Fiyatlandırma Modeli ayrıntılı olarak incelenmektedir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde Black - Litterman Modeli'nin matematiksel altyapısı açıklanmaya çalışılmaktadır. Matematiksel altyapının açıklanmasında Bayes Yaklaşımı, Theil'in Karma Yöntemi ve Örnekleme Teorisi yaklaşımı konularından faydalanılmaktadır.

Çalışmanın dördüncü bölümünde Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle ve Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin performansları ölçülerek modeller arasında karşılaştırmalar yapılmıştır.

1. MODERN PORTFÖY YÖNETİMİ YAKLAŞIMLARI

Portföy, Fransızca porter ve feuille kelimelerinin birleştirilmesiyle türetilmiş yeni bir kelimedir. Fransızca porter² taşımak, feuille³ ise yaprak kâğıt, evrak, folyo anlamı taşımaktadır. Porte ve feuille kelimelerinin birleşmesiyle ortaya çıkan portefeuille⁴ kelimesi cüzdan, tahvil ya da evrak taşımak anlamına gelmektedir. Türk Dil Kurumunun portföyü; banka, simsar veya bir aracı kuruluşun kendi elinde tuttuğu, istediği gibi tasarruf ettiği menkul değerler toplamı olarak tanımladığı görülmektedir⁵. Portföy, yatırımcıların sermayelerini mümkün olduğu ölçüde yatırım varlıklarına dağıtması ama bu dağıtımı yalnızca yüksek getirili bir yatırım seçeneğine değil, farklı varlıklarda paylaşması sonucu ortaya çıkan varlık grubu olarak tanımlanabilir⁶. Portföy kavramı ile ilgili çeşitli kaynaklarda farklı tanımlar görülmektedir. Bu tanımlamalara bakılacak olursa, portföyün;

- Sahip olunan varlıkların aynı ya da farklı özelliğe sahip iki ya da daha fazla kıymete yatırılması sonucunda ortaya çıkan toplam değerdir⁷.
- Çeşitli menkul değerlerden meydana gelen, ağırlıklı olarak pay senedi, tahvil gibi menkul değerlerden ve türev ürünlerden oluşan, belirli bir kişi veya grubun elinde bulunan finansal nitelikteki kıymetlerin toplamı⁸,

² <http://www.fransizcasozluk.gen.tr/sozluk.php?word=porter> İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2007.

³ <http://www.fransizcasozluk.gen.tr/sozluk.php?word=feuille> İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2007.

⁴ <http://www.fransizcasozluk.gen.tr/sozluk.php?word=portefeuille> İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2007.

⁵ <http://www.tdk.gov.tr/TR/Genel/SozBul.aspx?F6E10F8892433CFFAAF6AA849816B2EF4376734BED947CDE&Kelime=portf%c3%b6y> İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2007.

⁶ Fettahoğlu, Abdurrahman, Menkul Değerler Yönetimi, 1. Baskı, İstanbul: Rengin Matbaası, 2003, s. 2.

⁷ Karabıyık, Lale Erdem, Menkul Kıymetler Borsası ve Diğer Yatırım Alternatifleri, Bursa: Marmara Kitabevi, 1997, s. 81.

⁸ Ceylan, Ali, İşletmelerde Finansal Yönetim, Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları, 2001, s. 531.

- Rizikoyu azaltmak ve üstlenilen rizikoya göre en yüksek getiriye sağlamak amacı ile en az iki çeşit menkul değerden oluşan varlık topluluğu⁹,
- Birden fazla menkul değer bir araya getirilmesiyle oluşturulan yatırım karması¹⁰,
- Finansal varlıklar açısından, rizikoyu azaltmak için farklı pay senetlerini bir araya getirmek¹¹,
- Geniş anlamda, bir kişi ya da kuruluşun sahip oldukları varlıkların tümü olarak tanımlandığı görülmektedir.

Bilindiği gibi, menkul değerlere yatırım belirli amaçları gerçekleştirmek için yapılmaktadır. Her ne kadar portföy belirli menkul değerlerden oluşsa da menkul değerler arasında bir ilişki olduğundan, portföy, kendine öz, ölçülebilir nitelikleri olan bir varlıktır. Bu nedenle, portföy, içerdiği menkul değerlerin basit bir toplamı değildir. Portföy, belirli amaçları gerçekleştirmek isteyen yatırımcıların sahip olduğu, birbiriyle ilişkisi olan, yeni bir varlık toplamıdır¹².

Portföy yaklaşımını rizikolu ve rizikosuz yatırımların bir arada ele alınıp incelenmesi ve yatırımlar arasındaki karşılıklı etkileşimlerin dikkate alınması olarak tanımlamak mümkündür. Bu kavram ilk olarak Harry Max Markowitz tarafından geliştirilmiş ve gerek riziko analizlerine gerekse menkul değer değerlemelerine yeni bir boyut kazandırmıştır¹³.

Herhangi bir yatırımcı tüm servetini tek bir menkul değere yatırdığında beklenmedik olumsuz gelişmelerin ortaya çıkması ve yatırımın zararla sonuçlanması halinde bütün servetini yitirebilecektir. Oysa birden fazla menkul değere yatırım

⁹ Ercan, Metin Kamil ve Ünsal Ban, Değere Dayalı İşletme Finansı: Finansal Yönetim, Ankara: Gazi Kitabevi, 2005, s. 188.

¹⁰ Canbaş, Serpil ve Hatice Doğukanlı, Finansal Pazarlar, Finansal Kurumlar ve Sermaye Pazarı Analizleri, 2. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 1997, s. 292.

¹¹ Yörük, Nevin, Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj Fiyatlama Modelinin İMKB’de Test Edilmesi, İstanbul: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2000, s. 3.

¹² Ceylan, Ali ve Turhan Korkmaz, Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi, 3. Baskı, Bursa: Ekin Kitabevi, 1998, s. 8.

¹³ Bolak, Mehmet, Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi, 4. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 2001, s. 229.

yapıldığında, tüm yatırımların olumsuz sonuçlanması ve tüm servetin yitirilmesi çok küçük bir ihtimal haline gelmektedir. Yatırımcı, yaptığı yatırımların bir veya birkaçında zarara uğrasa bile muhtemelen diğer yatırımları olumlu sonuç verecek ve büyük zarara uğramaktan kurtulacaktır¹⁴.

Portföy yaklaşımına göre; bir yatırımcı genellikle bir tek menkul değere yatırım yapmaz. Birikimlerini çeşitli menkul değerler arasında dağıtır. Amacı birikimini çeşitli menkul değerler arasında en uygun şekilde bölüştürmek, diğer bir ifadeyle belirli bir getiri düzeyinde rizikoyu en az kılacak veya belirli bir riziko derecesinde getiriye en üst düzeye çıkaracak şekilde portföy oluşturmaktır¹⁵.

Yukarıda da bahsedildiği gibi portföy oluşturulmasındaki temel amaç rizikonun dağıtılmasıdır. Geleneksel portföy yaklaşımı, portföy içindeki menkul değer sayısının artırılarak bu amacın sağlanabileceğini ileri sürmüştür. Modern Portföy Teorisi ise, sadece portföydeki menkul değer sayılarının artırılması ile rizikonun dağıtılması amacına ulaşamayacağını, portföye alınan menkul değer getirilerinin rizikonun dağıtımında son derece önemli olduğunu göstermiştir¹⁶.

Geleneksel Portföy Yönetimi yaklaşımda amaç, yatırımcının sağlayacağı faydayı en çoklamaktır. Herhangi bir tüketicinin nasıl en yüksek faydayı sağlayacak mal ve hizmetleri seçtiği varsayılırsa, yatırımcının da aynı şekilde riziko ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini en çoklayacak bir portföyü seçtiği kabul edilir. Başka bir ifade ile, ortaya çıkan riziko düzeyine göre yatırımcı belirlemiş olduğu faydayı en üst düzeye çıkarmaya çalışmaktadır¹⁷.

Bu yaklaşıma göre yatırımcılar kendilerine en yüksek faydayı sağlayacak yatırım araçlarını tercih edecektir. Aynı kararı portföyde verecek olan bir yatırımcıda riziko ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini en çoklayacak portföyü seçecektir. Geleneksel yaklaşıma göre portföyün getirisi, portföyü oluşturan menkul değerlerin temettü ödemeleri ve belli bir dönem aralığındaki değer

¹⁴ Bolak, a.g.e., s. 229.

¹⁵ Akgüç, Öztin, Finansal Yönetim, 6. Baskı, İstanbul: Muhasebe Enstitüsü, 1994, s. 843.

¹⁶ Canbaş ve Doğukanlı, a.g.e., s. 292.

¹⁷ Bekçioğlu, Selim, Portföy Yaklaşımları ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türk Pay Senedi Piyasasına Uygulanması, Ankara: 1984, s. 10.

artış ya da azalışlarının toplamıdır. Bu nedenle, yatırımcıların gelecekteki menkul değer getirilerini tahmin etmeleri gerekmektedir. Portföyü oluşturan menkul değerlerin getirileri aynı yönde hareket etmeyeceğinden, portföyün rizikosu tek bir menkul değer rizikosundan daha küçük olacaktır. Geleneksel portföy teorisi, bu prensipten hareketle, portföy içindeki menkul değer sayısının artırılması ilkesine dayanmaktadır¹⁸.

Geleneksel portföy yönetimi, amaçların belirlenmesi, menkul değer seçimi ve portföy yönetimi aşamalarından oluşmaktadır. Bu yaklaşıma göre, portföy yönetimi kendine özgü kural ve ilkeleri olan bir bilim değil bir sanattır. Bunlar yatırımcı açısından önemlidir ve dikkatli bir çalışmayı gerektirir. Ancak, bu teorik araçları etkin bir şekilde kullanabilme yeteneği kişiden kişiye değişme gösterebildiği için, geleneksel portföy analizi bir sezgi ve içe doğuş özellikleri taşıdığından subjektif olduğu bilinmektedir. Geleneksel yaklaşımın amacı, yatırımcının sağlayacağı faydayı ençoklamaktır¹⁹.

Geleneksel portföy yönetimi görüşünde, yatırım çeşitlendirildiği oranda riziko da azalmaktadır. Klasik portföy seçiminde, menkul değer birbiriyle ilgisi olmayan iş kollarından seçilmesi ile etkili bir çeşitlendirme yapılabileceği, bir işletmeye veya bir iş kolundaki menkul değerlere, tahvil portföyünde ise vadeleri aynı menkul değer sayısının 10-15'e çıkarılması ile portföy rizikosunun büyük oranda düşerek piyasadaki sistematik riziko düzeyine yaklaşacağı kabul edilmektedir²⁰.

Geleneksel portföy yönetimi yaklaşımı, bu prensipten hareketle portföy içindeki varlık sayısının artırılması ilkesine dayanır. Yatırımcılar basit çeşitlendirmeye gitseler yani tesadüfi olarak farklı menkul değerlere yatırım yapsalar, bu değerlerin birbirlerini telafi edici yöndeki fiyat hareketleri nedeniyle rizikolarını azaltabileceklerdir. Bu yaklaşıma göre örneğin, 200 farklı menkul değerden oluşan bir portföy, 20 farklı menkul değerden oluşan bir portföye göre 10 kat daha iyi çeşitlendirilmiş

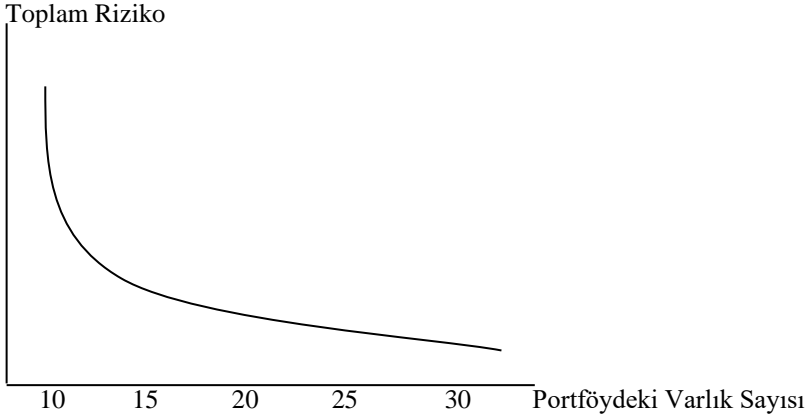
¹⁸ Ceylan, Ali ve Turhan Korkmaz, Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi, Bursa: Ekin Kitabevi, 2000, s. 123.

¹⁹ Ercan ve Ban, a.g.e., s. 189.

²⁰ Berk, Niyazi, Finansal Yönetim, 4. Baskı, İstanbul: Türkmen Kitabevi, 1999, s. 349.

olarak kabul edilmektedir²¹. Rizikonun bu şekilde dağıtılmasına yalın çeşitlendirme denir ve “bütün yumurtaları aynı sepete koymamak” olarak sembolleştirilmiştir. Yalın çeşitlendirmede menkul değerlerin getirileri arasında ilişki dikkate alınmaz²².

Yukarıda yer alan açıklamalardan anlaşılacağı gibi, geleneksel portföy yaklaşımında, mevcut pay senetlerine ağırlık verilmeden oluşturulan bir portföyün, toplam rizikosunu sistemik rizikosuna eşit olabilmektedir. Diğer bir ifadeyle burada portföyde yer alan varlıklar arasındaki birlikte değişim oranı dikkate alınmadan portföyler çeşitlendirilebilmektedir. Bu durum aşağıda yer alan Şekil 1.1 yardımıyla daha açık olarak ifade edilebilmektedir;



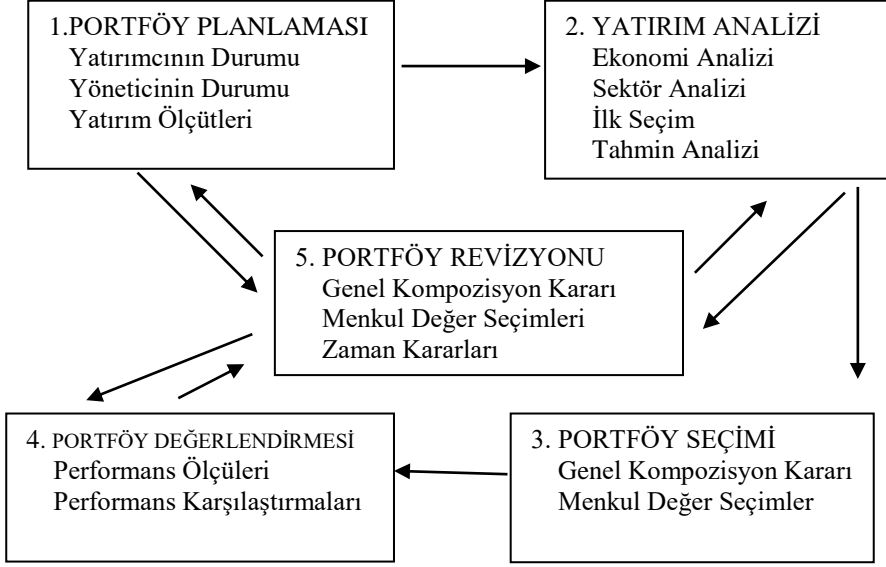
Şekil 1.1 Portföylerde Çeşitlendirme Etkisi

Kaynak: Bolak, Mehmet, Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi, 4. aşamadan oluşmaktadır: Bu aşamalar sırasıyla; Portföyün planlanması, yatırım analizi, portföy seçimi, portföy değerlendirilmesi ve portföy revizyonudur²³. Söz konusu aşamaları Şekil 1.2 yardımıyla göstermek mümkündür.

²¹ Bolak, a.g.e., s. 240.

²² Üstünel, İbrahim Engin, Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması, Ankara: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2000, s. 8.

²³ Ceylan ve Korkmaz, Borsada..., a.g.e., s. 15.



Şekil 1.2 Portföy Yönetimi Sistemi

Kaynak: Ceylan, Ali ve Turhan Korkmaz, Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi, Bursa: Ekin Kitabevi, 2000, s. 16.

Geleneksel portföy yaklaşımında, portföyün beklenen getirisi, portföyü oluşturan menkul değerlerin beklenen getirilerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir²⁴. Bu tanıma göre iki pay senedinden oluşan bir portföyün beklenen getirisi Denklem 1.1 yardımıyla hesaplanır²⁵.

$$\mu_p = X_A \mu_A + (1 - X_A) \mu_B \text{ olmaktadır.} \quad (1.1)$$

μ_p = Portföyün getirisinin beklenen değeri

X_A = A pay senedinin portföy içindeki ağırlığı

μ_A = A pay senedinin getirisinin beklenen değeri

μ_B = B pay senedinin getirisinin beklenen değerini ifade

etmektedir.

Portföyde n adet pay senedi bulunması durumunda portföyün beklenen getirisi Denklem 1.2 yardımıyla hesaplanabilir²⁶.

²⁴ Fettahoğlu, a.g.e., s. 3.

²⁵ Fettahoğlu, a.g.e., s. 3.

²⁶ Fettahoğlu, a.g.e., ss. 2-3.

$$\mu_p = (X_1\mu_1) + (X_2\mu_2) + \dots + (X_n\mu_n) \quad (1.2)$$

Burada $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ değerleri toplamları 1, başka bir ifadeyle %100 olmak zorundadır²⁷.

Sermayenin yalnızca yüksek getirili bir yatırım seçeneğine değil, farklı varlıklara paylaştırılmasının daha anlamlı olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır. Bu, çeşitlendirme olarak tanımlanmaktadır²⁸.

Çeşitlendirme etkisinin doğabilmesi için aşağıdaki koşulların bulunması gereklidir²⁹:

- İşlem maliyetlerinin dikkate alınmaması,
- Bütün yatırım araçlarının istenildiği ölçüde bölünebilmesi,
- Portföy oluşturmanın belli bir döneme dayandırılması,
- Yatırımcıların rizikodan kaçan kişiler olması.

Geleneksel portföy analizinde ortaya çıkan en büyük sorun aşırı çeşitlendirmedir³⁰. Aşırı çeşitlendirmenin başlıca sakıncaları aşağıda sıralanmıştır³¹:

- Çok sayıda menkul değerden oluşan portföyün yönetiminin güç olmasıyla birlikte araştırma maliyetlerinin artması,
- Satın alınacak menkul değer taşıdığı rizikoya göre gerekli getiriyi sağlayamaması,
- Portföydeki menkul değer sayısının artması ile komisyon giderlerinin artması.

1.1 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli

Yukarıda sayılan olumsuzluklara ilaveten menkul değer getirileri arasındaki ilişkileri ve sayısal verileri önemsemeyen geleneksel yaklaşım, 1950'lerde yerini matematiksel ve istatistiksel yöntemlere dayanan Modern Portföy Yönetimi yaklaşımına bırakmıştır.

²⁷ Fettahoğlu, a.g.e., s. 5.

²⁸ Fettahoğlu, a.g.e., s. 2.

²⁹ Fettahoğlu, a.g.e., s. 2.

³⁰ Üstünel, a.g.e., s. 9.

³¹ Üstünel, a.g.e., s. 9.

Portföy oluşturulmasında temel fayda, çeşitlendirme yoluyla yatırımın rizikosunun azaltılması olarak ifade edilebilmektedir. Finansal piyasalarda her gün birçok yatırımcı yatırım araçları arasından oluşan fiyatları dikkate alarak optimal portföye ulaşma çabası içindedir³². Harry Markowitz'in 1952 yılında "Portfolio Selection" başlıklı makalesi Modern Portföy Teorisinin başlangıç noktası olmuştur. Markowitz bu çalışmada optimal bir portföye sahip olabilmek için yatırım araçlarının getirisi ve rizikosunu değerlendirerek optimal portföye ulaşmıştır³³.

Markowitz'in Ortalama - Varyans Modeli, yatırımları çeşitlendirme fikrinin ilk matematiksel denklemdir. Çalışmasının en önemli yönü, menkul değerlerin kendilerine ait rizikolarının yatırımcı için önemli olmadığı, önemli olanın menkul değerlerin tüm portföyün çeşitliliğine olan katkısı olduğudur³⁴.

Menkul değerleri bir portföy mantığı içinde değil de ayrı ayrı değerlendiren Williams³⁵, (1938), Graham ve Dodd'un³⁶ (1934) aksine Roy³⁷ (1952), portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin varyansı ile portföyün getirisinin varyansı arasındaki ilişkiyi ortaya koyarak, Markowitz'inkine benzer bir Ortalama - Varyans etkin sınırı geliştirmiştir³⁸.

Çeşitli bilim adamları da Ortalama - Varyans Modeli'nden hareketle portföy seçim modeli'ni geliştirmeye çalışmışlardır.

³² Atan, Murat, "Çok Amaçlı Hedef Programlama İle Optimal Portföy Seçim Modelinin İMKB 100 Endeksine Uygulanması", 9. Ulusal Finans Sempozyumu, Kapadokya / Nevşehir, Türkiye, 29 - 30 Eylül 2005, s. 2.

³³ Markowitz, Harry Max, "Portfolio Selection", The Journal of Finance, Blackwell Publishing, Vol:7, No:1, Mar., 1952, ss. 77-91.

<http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A>

1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1 İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2008.

³⁴ Rubinstein, Mark, "Markowitz's Portfolio Selection': A Fifty-year Reprospective", The Journal of Finance, Vol: LVII, No:3, 2002, s. 1042.

<http://www.yorku.ca/pshum/Courses/Markowitz.pdf>

İnternet Erişim Tarihi: 06.10.2007.

³⁵ Williams, John Burr, The Theory of Investment Value, Cambridge MA: Harvard University Press, Fraser Publishing Company, 1938, ss. 1-612.

³⁶ Graham, Benjamin ve David, L. Dodd, Security Analysis, New York: McGraw Hill Book Company, Inc., 1934, ss. 1-725.

³⁷ Roy, Arthur D., "Safety First and the Holding of Assets", Econometrica, July, 1952, ss. 431-450.

³⁸ Rubinstein, a.g.e., s.1042.

<http://www.jstor.org/stable/1907413>

İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2008.

Tobin³⁹ (1958), Sharpe⁴⁰ (1964) ve Lintner⁴¹ (1965); yatırımcının rizikolu varlıklardan oluşan portföyün yüzdesine karar vermesini, borç alma-ödünç verme durumunu, kısa vadeli satışlar, işlem maliyetleri ve vergiler gibi gerçek hayat kısıtlamalarını modele adapte etmişlerdir. Brennan⁴² (1971) ödünç alma ve verme oranları konusunda, Turnbull⁴³ (1977) kişisel vergilendirme, belirsiz enflasyon ve piyasa dışı varlıklar konusunda çalışmışlardır. Levy⁴⁴ (1983) ve Schnabel⁴⁵ (1984) kısa vadeli satış sorunuyla ilgilenmişlerdir. Menkul kıymet sayısındaki artışın, optimal portföylerin beklenen getirisi ve varyansının belirlenmesinde neden olduğu zorluklar da Sharpe'in (1963) geliştirdiği Tek Endeks

³⁹ Tobin, James, "Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables", *Econometrica* (The Econometric Society), Vol No: 26, 1958, ss. 24-36. <http://www.sonoma.edu/users/c/cuellar/econ411/Tobin.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2008.

⁴⁰ Sharpe, William, F., "Capital Asset Prices – A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", *Journal of Finance*, Vol: 19, 1964, ss. 425-442. <http://www.e-m-h.org/Shar64.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2008.

⁴¹ Lintner, John, "The Valuation of Risk Assets and The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets", *Review of Economics and Statistics*, Vol: 47, 1965, ss. 13-37. <http://coin.wne.uw.edu.pl/sakowski/mrf/papers/1965.Lintner.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2008.

⁴² Brennan, M. J. "Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates", *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, Volume: 6, Issue: 5, 1971, ss. 1197-1205. <http://journals.cambridge.org/action/displayAbstract?fromPage=online&aid=6321368>
İnternet Erişim Tarihi: 13.08.2008.

⁴³ Turnbull, S. M., "Market Imperfections and the Capital Asset Pricing Model", *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol: 4, 1977, ss. 317-327. <http://oep.oxfordjournals.org/content/47/3/453.full.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2008.

⁴⁴ Levy, Haim, "The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism", *The Economic Journal*, Vol:93, 1983, ss. 145-165. <http://links.jstor.org/sici?sici=0013-0133%28198303%2993%3A369%3C145%3ATCAPMT%3E2.0.CO%3B2-M&origin=bc>
İnternet Erişim Tarihi: 13.08.2008.

⁴⁵ Schnabel, A. Jacques, "On Mean- Variance Portfolio Selection", *Managerial and Decision Economics*, Vol: 5, Issue: 1, 1984, ss. 3-6. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mde.4090050103/abstract>
İnternet Erişim Tarihi: 13.08.2008.

Modeli ve Perold'un⁴⁶ (1984) Çoklu Endeks Modelleri ile aşmıştır. Ortalama - Varyans modeli üzerindeki çalışmalar modelin hem matematiksel, hem de mantıksal bir uzantısı olan Finansal Varlık Fiyatlama Modeli'ni ortaya çıkarmıştır. Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin⁴⁷ (1966) Markowitz'in etkin sınırından hareketle rizikosuz bir finansal varlığı modele ilave etmişlerdir⁴⁸.

1950'li yıllarda Markowitz, Geleneksel Portföy Yaklaşımının geleceğe dönük tahminler içermesine rağmen riziko kavramına hiç değinmediğini tespit etmiştir. Getiri ve riziko kavramı her zaman yan yana kullanılmakla birlikte rizikonun, yatırım kararlarına nasıl katılacağına tam olarak bilinemediği bu dönemde Markowitz, rizikoyu ölçme konusunda adım atmış ve optimal portföy oluşturma teknikleri geliştirmiştir⁴⁹.

Markowitz'in, *“bir portföyü seçme yöntemi iki aşamaya ayrılır. Birinci aşama, gözlem ve tecrübe ile başlar ve mevcut menkul değerlerin gelecekteki performansları hakkındaki beklentilerle son bulur. İkinci aşama, gelecekteki performanslarla ilgili beklentilerle başlar ve portföyün seçilmesiyle sona erer. Bu makale ise ikinci aşama ile ilgilidir⁵⁰”* şeklinde başlayan ünlü makalesi “Portföy Seçimi” ile portföy teorisine modern ve çığır açıcı bir başlangıç yaptığı kabul edilmektedir. Markowitz'in üzerinde önemle durduğu husus, çeşitlendirmenin beklenen getiriyi artırmada tek başına yeterli olmadığı, ancak portföyün rizikosunu en düşük düzeyde tutma konusunda çok faydalı olduğu

⁴⁶ Perold, Andre, F., “Large-Scale Portfolio Optimization”, Management Science, Vol: 30, No: 10., 1984, ss. 1143-1160.

<http://mansci.journal.informs.org/cgi/content/abstract/30/10/1143>

İnternet Erişim Tarihi: 13.08.2008.

⁴⁷ Mossin, Jan, “Equilibrium on Capital Asset Market”, Econometrica, Vol: 34, 1966, ss. 768-783.

⁴⁸ Harrington, Diana, Modern Portfolio Theory And The Capital Asset Pricing Model: A User's Guide, New Jersey: Prentice Hall Inc., 1983, s. 12.

<http://www.jstor.org/stable/1910098>

İnternet Erişim Tarihi: 13.08.2008

⁴⁹ Yazıcı, Bilgehan, “Kısaca Portföy Yönetimi I”,

<http://www.bilgehanyazici.com/portfoliomgt/theory.htm>

İnternet Erişim Tarihi: 12.11.2008

⁵⁰ Markowitz, a.g.e., s. 77.

gerçeğidir⁵¹. Markowitz'in portföyü farklı yatırım araçlarına dağıtarak rizikoyu azaltmak üzerine geliştirdiği teori, sonraları Modern Portföy Teorisi olarak anılmaya başlanmıştır.

Markowitz bu makalesiyle geleneksel portföy yönetimine üç önemli noktada katkıda bulunmuştur. Bunlardan ilki, portföy yönetiminde kısımların ya da parçaların toplamının bütüne eşit olmadığını ispatlamasıdır. Markowitz, portföyün rizikosunun portföyü oluşturan varlıkların rizikosundan daha az olabileceğini ve belirli koşullarda portföyün sistematik olmayan rizikosunun sıfır yapılabileceğini göstermiştir. Markowitz'in geleneksel portföy yaklaşımına yaptığı ikinci katkısı yatırımcıların bazı portföyleri aynı getiriye sağlamakla birlikte, daha rizikolu oldukları için, bazı portföyleri de aynı riziko düzeyinde olmakla birlikte, daha az getiri sağladıkları için tercih etmeyeceklerini, dolayısıyla bazı portföylerin diğerlerine göre daha üstün olduklarını ortaya koymuş ve bu durumu üstünlük ilkesi olarak açıklamıştır. Markowitz'e göre portföylerin seçilmesinde etkin sınır söz konusudur. Markowitz'in yaptığı üçüncü önemli katkı ise, etkin sınırın kuadratik programlama yolu ile elde edilebileceğidir⁵².

Geleneksel portföy yaklaşımı, portföy içerisindeki varlıkların sayısının artırılmasıyla rizikonun dağıtılacağını ileri sürmüştür. Modern Portföy Teorisi ise rizikoyu dağıtmak için portföydeki menkul değer sayısının artırılmasının tek başına yeterli olmayacağını, portföye alınan menkul değer getirilerinin ve menkul değer arasındaki ilişkilerin de rizikoyu dağıtmada son derece önemli olduğunu göstermiştir. Sadece çeşitlendirme yaparak rizikoyu azaltmanın mümkün olmadığını ifade eden Modern Portföy Teorisine göre çeşitlendirme yaparken portföydeki menkul değerler arasındaki korelasyon katsayıları esas alınmaktadır. Korelasyon katsayısı ile portföyün rizikosu arasında doğrusal bir ilişki vardır. Portföye alınan menkul değerler arasında negatif korelasyon varsa belirli bir getiri düzeyinde portföyün rizikosunu azaltmak mümkündür⁵³.

⁵¹ Kocaman, Berna, Yatırım Teorisinde Modern Gelişmeler ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsasının'da Bazı Değerlendirme ve Gözlemler, İstanbul: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 1995, s. 3.

⁵² Ceylan ve Korkmaz, Borsada ..., ss. 143-144.

⁵³ Canbaş ve Doğukanlı, a.g.e., s. 359.

Markowitz'e göre yatırımcının iyi bir portföy oluşturmada iki temel amacı vardır⁵⁴:

- Getirileri en çoklamak.
- Getirilerin istikrarlı olması ve belirsizlikten kaçınmak.

Markowitz menkul değer getirileri arasındaki ilişkinin dikkate alınması ve tam pozitif ilişki içinde bulunmayan varlıkların aynı portföyde birleştirilmesiyle beklenen getiriden feragat etmeden rizikonun azaltılabileceğini göstermiştir⁵⁵. Markowitz çeşitlendirmesiyle, varlıklar arasındaki ilişkileri dikkate almaksızın yapılacak basit çeşitlendirmeye nazaran, rizikosu daha düşük portföyler elde etmek mümkündür⁵⁶.

Markowitz'in yaklaşımı çok basit bir varsayım ile başlamaktadır: “Yatırımcı şu anda (ya da t_0 anında) yatırım yapabileceği belli bir miktarda paraya sahiptir ve bu para yine belli bir zaman süresi için (elde tutma dönemi) yatırılacaktır. Elde tutma dönemi sonunda yatırımcı isterse getirisiyle birlikte bu parayı yeni yatırımlara yönlendirebilir ya da tamamını veya bir kısmını haralayabilir. Dolayısıyla Markowitz'in yaklaşımı, dönem başı $t=0$ ve dönem sonu da $t=1$ ile ifade edilebilen, tek dönemlik bir yaklaşım olarak ele alınabilir. Burada önemli olan $t=0$ anında hangi pay senetlerine yatırım yapıp $t=1$ anına kadar elde tutulacağıdır. Bir portföy birden fazla menkul değer bir araya getirilmesiyle oluştuğuna göre yatırımcı için önemli olan kendisi için en uygun portföyün hangisi olduğuna karar vermektir⁵⁷.

Ancak $t=0$ anında yatırımcı karar verirken portföye dâhil olan menkul değerlerin elde tutma dönemi sonunda getirilerinin ne olacağını kesin olarak bilememektedir. Bununla birlikte beklenen ya da ortalama getirinin ne olacağı konusunda tahminlerde bulunabilir. Yatırımcılar genellikle beklenen getirilerin yüksek olması ve bu beklenen getirilerden sapmaların yani rizikonun'da

⁵⁴ Boshnac, Bob, “Modern Portfolio Theory: Dynamic Diversification for Today's Investors” 2003, s. 2. http://cta.visionlp.com/pdf/gen/MPT_01062004_online.pdf İnternet Erişim Tarihi: 10.07.2008

⁵⁵ Markowitz, a.g.e., ss. 77-91.

⁵⁶ Bolak, a.g.e., s. 241.

⁵⁷ Konuralp, Gürel, Sermaye Piyasaları Analizler Kurumlar ve Portföy Yönetimi, 2. Basım, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti., 2001, s. 314.

düşük olmasını arzu etmektedirler. Ancak, getiri ve rizikonun birbiri ile paralel hareket etmelerinden dolayı getiriyi en çoklarken, rizikoyu en azlamak mümkün olmamaktadır. Markowitz, modeli'nde buna da çözüm getirmiş ve konuyu, belli bir getiri seviyesinde rizikonun en azlanması, ya da belli bir riziko seviyesinde getirinin en çoklanması şeklinde açıklamıştır. Böylece, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli yatırımcının beklenen faydasının en çoklanmasını sağlamaktadır⁵⁸.

Markowitz, varyansın aşağıdaki varsayımlar altında rizikonun anlamlı bir ölçütü olduğunu göstermiştir⁵⁹. Bu varsayımlar şunlardır⁶⁰;

- Yatırımcılar her bir yatırım alternatifini, elde tutma süresinde sağlayacağı beklenen getirilerinin olasılık dağılımı ile ifade eder,
- Yatırımcılar bir dönemlik beklenen faydaları en çoklamaya çalışırlar ve fayda eğrileri azalan marjinal faydaya uygundur,
- Yatırımcılar portföyün rizikosunu, getirilerin beklenen getiriden (ortalama getiriden) sapmaları şeklinde ifade eder,
- Yatırımcılar yatırım kararlarını beklenen getiri ve rizikoya bakarak şekillendirirler. Getiri ölçütü olarak, portföyü oluşturan varlıkların beklenen getirilerinin ortalaması, rizikonun ölçütü olarak bu portföy getirilerinin varyansını kullanırlar,
- Belli bir riziko düzeyinde yatırımcılar yüksek getiriyi düşük getiriye tercih ederler. Benzer şekilde belli bir getiri düzeyinde ise düşük riziko yüksek rizikoya tercih edilir.
- Bütün yatırımcılar menkul değerlerin beklenen getirileri, standart sapmaları ve korelasyonuna ilişkin aynı bilgiye sahiptir.
- Yatırımcılar almak istedikleri menkul değer için ait olduğu işletme ve pazar hakkında herhangi bir maliyete katlanmadan bilgi alabilmektedirler.

⁵⁸ Konuralp, a.g.e., s. 315.

⁵⁹ Reilly, Frank ve Keith Brown, Investment Analysis and Portfolio Management, Chicago: The Dryden Press, 1989, ss. 256-257.

⁶⁰ Reilly, a.g.e., ss. 256-257.

Bu varsayımlar altında tek bir varlığın ya da bir portföyün etkin olabilmesi için aynı riziko düzeyinde başka hiçbir varlığın ya da portföyün daha yüksek getiri sağlamaması ya da aynı getiri düzeyinde hiçbir varlığın ya da portföyün daha düşük rizikoya sahip olmaması gerekir⁶¹.

İki varlıktan oluşan bir portföyün beklenen getirisi, varlıkların beklenen getirileri ile ağırlıklarının çarpımları toplamına eşittir. Modern Portföy Teorisinde beklenen getiri 1.3 ve 1.4 no'lu Denklemler yardımıyla hesaplanmaktadır⁶².

$$\mu_P = E[X_A G_A + X_B G_B] = X_A E[G_A] + X_B E[G_B] = X_A \mu_A + X_B \mu_B \quad (1.3)$$

$$\mu_P = X_A \mu_A + X_B \mu_B \quad (1.4)$$

İki varlıktan oluşan portföyün varyansı da 1.10 no'lu Denklem kullanılarak hesaplanır⁶³.

$$\sigma_P^2 = \text{var}(X_A G_A + X_B G_B) = E\left[\left((X_A G_A + X_B G_B) - E[X_A G_A + X_B G_B]\right)^2\right] \quad (1.5)$$

$$= E\left[\left(X_A (G_A - \mu_A) + X_B (G_B - \mu_B)\right)^2\right] \quad (1.6)$$

$$= E\left[X_A^2 (G_A - \mu_A)^2 + X_B^2 (G_B - \mu_B)^2 + 2X_A X_B (G_A - \mu_A)(G_B - \mu_B)\right] \quad (1.7)$$

$$= X_A^2 E\left[(G_A - \mu_A)^2\right] + X_B^2 E\left[(G_B - \mu_B)^2\right] + 2X_A X_B E\left[(G_A - \mu_A)(G_B - \mu_B)\right] \quad (1.8)$$

$$= X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2X_A X_B \sigma_{AB} \quad (1.9)$$

$$\sigma_P^2 = \text{var}(G_P) = X_A^2 \sigma_A^2 + X_B^2 \sigma_B^2 + 2X_A X_B \sigma_{AB} \quad (1.10)$$

N varlıktan oluşan bir portföyün beklenen getirisi, varlıkların beklenen getirileri ile ağırlıklarının çarpımları toplamına eşittir⁶⁴.

⁶¹ Francis, Jack Clark, Investments, New-York: McGraw-Hill International Editions, 1991, s. 239.

⁶² Portfolios of Two Assets, http://www.stanford.edu/~wfsarpe/mia/rr/mia_rr5.htm#two İnternet Erişim Tarihi: 20.08.2008

⁶³ Business Finance Online, Portfolio Risk and Return, s. 1. http://www.zenwealth.com/Business_FinanceOnline/RR/Portfolios.html İnternet Erişim Tarihi: 21.08.2008.

⁶⁴ Risk, Return and The Capital Asset Pricing Model, s. 16. www.pitt.edu/~czutter/if/ch07.ppt İnternet Erişim Tarihi: 21.08.2008.

$$\mu_p = E \left[\sum_{i=1}^N X_i G_i \right] = \sum_{i=1}^N E[X_i G_i] = \sum_{i=1}^N X_i E[G_i] = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (1.11)$$

N varlıktan oluşan bir portföyün varyansı Denklem 1.12 ve 1.13 yardımıyla hesaplanır⁶⁵.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{i=1}^N X_i X_j \sigma_i \sigma_j \quad (1.12)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1.13)$$

Markowitz tarafından geliştirilen Ortalama - Varyans Modeli, oluşturulacak portföyün rizikosunu en aza indirmeyi hedeflemiştir. Kurulan modelde eldeki fonun tümünün yatırım enstrümanlarına dağıtılması ve hedeflenen getiri seviyesine ulaşılması kısıtlardır⁶⁶.

Markowitz modeli, hedeflenen beklenen getiri düzeyini karşılayacak en az varyanslı portföyü bulmaya çalışır⁶⁷. Modelde amaç fonksiyonu yukarıdaki ifade de belirtildiği gibi en aza indirilecek portföy varyansıdır ve şu şekilde gösterilir⁶⁸.

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1.14)$$

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1.15)$$

Bu ifadenin ilk kısmında (1.14) varlıkların varyansı, ikinci kısmında da (1.15) varlıklar arasında ki ilişkinin ölçütü olan kovaryans değerleri gösterilmiştir. Böylece amaç fonksiyonunda portföyün rizikosu en azlanırken, birlikte hareket edip etmedikleri

⁶⁵ Covariance and Calculation of Portfolio Variance, <http://learning.mazoo.net/archives/001385.html> İnternet Erişim Tarihi: 21.08.2008.

⁶⁶ Ulucan, Aydın, Portföy Optimizasyonu Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme, 1. Baskı, Ankara: Siyasal Kitabevi, Ağustos, 2004, s. 15.

⁶⁷ Ulucan, a.g.e., s. 16.

⁶⁸ Ulucan, a.g.e., s. 16.

de göz önünde bulundurularak çeşitlendirmeye de gidilebilmektedir⁶⁹.

Standart Markowitz modeli'nde iki temel kısıt vardır⁷⁰. Bunlardan birincisi hedeflenen beklenen getiri düzeyinin karşılanmasını sağlayacak Denklem 1.16'da ki matematiksel ifadedir⁷¹.

$$\sum_{i=1}^N X_i \mu_i = R \quad (1.16)$$

Burada μ_i : i varlığının beklenen getirisini ($i = 1, \dots, N$), R : hedeflenen beklenen getiri düzeyini göstermek için kullanılmıştır⁷². Modelde ikinci temel kısıt ise, portföyde bulunan varlıkların ağırlıklarının toplamının 1 olmasını sağlayan Denklem 1.17'de ki ifadedir⁷³.

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (1.17)$$

Karar değişkenlerinin negatif olmama kısıtı da eklendiğinde aşağıdaki genel model elde edilir⁷⁴.

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (1.18)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^N X_i \mu_i \geq R \quad (1.19)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (1.20)$$

$$0 \leq X_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, N$$

⁶⁹ Ulucan, a.g.e., s. 17.

⁷⁰ Ulucan, a.g.e., s. 18.

⁷¹ Ulucan, a.g.e., s. 18.

⁷² Ulucan, a.g.e., s. 18.

⁷³ Ulucan, a.g.e., s. 18.

⁷⁴ Ulucan, a.g.e., s. 19.

Burada,
 N : Mevcut varlık sayısı
 μ_i : i varlığının beklenen getirisini
 σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değerini
($i=1,\dots,N$) ($j=1,\dots,N$),
i=j için i varlığının varyans değerini
 R : Hedeflenen beklenen getiri düzeyini
 X_i : i varlığının portföy içindeki oranını ($i=1,\dots,N$),
temsil etmektedir.

1.1.1 Kayıtsızlık Eğrileri

Yatırımcıların riziko ve getiri tercihleri arasındaki ilişkiyi gösteren eğrilere kayıtsızlık eğrileri adı verilmektedir.

Bu eğriler vasıtası ile yatırımcıların katlandıkları rizikolar karşılığında, talep ettikleri getirileri görebilmek diğer bir ifade ile yatırımcıların hangi riziko düzeyinde ne kadar getiri beklediklerini görebilmek mümkündür. Kayıtsızlık eğrileri üzerinde bulunan bütün noktalar aynı değeri gösterir. Yatırımcılar, en yüksek faydayı sağlayan portföy bileşimini bulmaya çaba harcarlar. Her yatırımcının rizikoya karşı farklı davranış göstermesinden dolayı fayda fonksiyonu tamamen bireysel özellikler göstermekte ve genellikle yatırımcıdan yatırımcıya farklılaşmaktadır⁷⁵.

İki boyutlu bir grafik şeklinde olan kayıtsızlık eğrilerinin x ekseninde yatırımcıların alacağı riziko, y ekseninde ise aldığı bu rizikoya karşılık elde edebileceği getiri yer almaktadır⁷⁶. Bu eğrilerin temel özellikleri şöyledir⁷⁷;

- Aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde yer alan tüm portföyler yatırımcılara eşit şekilde fayda sağlamaktadır. Kayıtsızlık eğrileri birbirlerini kesmezler,
- Yatırımcılar daha kuzey batıdaki kayıtsızlık eğrisinde yer alan portföyü yeterince kuzey batıda yer almayan portföye göre daha fazla tercih etmektedirler. Bunun nedeni kuzey

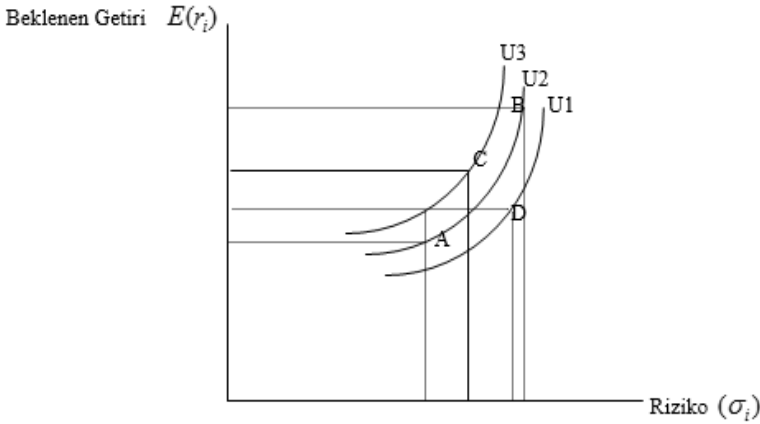
⁷⁵ Fettahoğlu, a.g.e., ss. 11-12.

⁷⁶ Karan, Mehmet Baha, Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi, Ankara: Gazi Kitabevi, 2001, s. 163.

⁷⁷ Karan, a.g.e., s. 163.

batıda bulunan portföylerin daha düşük riziko ve daha yüksek beklenen getiri sağlayan kayıtsızlık eğrileri olmasdır.

Farksızlık eğrisi olarak da nitelendirilen kayıtsızlık eğrileri Şekil 1.3'deki gibi ifade edilebilmektedir. Buna göre, kayıtsızlık eğrisi üzerindeki A ve B noktalarında beklenen getiriler ve riziko düzeyi farklı olmakla birlikte aynı kayıtsızlık eğrisi üzerinde yer aldıklarından her iki noktanın da ya da her iki noktadaki beklenen getiri riziko kombinasyonunun da yatırımcıya sunduğu fayda eşit olmaktadır. Öte yandan 2. kayıtsızlık eğrisinin daha yüksekinde yer alan C noktası yatırımcının A ve B noktalarına nazaran daha çok tercih edeceği bir durumdur. Çünkü bu durumdaki beklenen getiri ve riziko kombinasyonu A ve B noktalarına nazaran yatırımcının faydasını artırmaktadır⁷⁸.

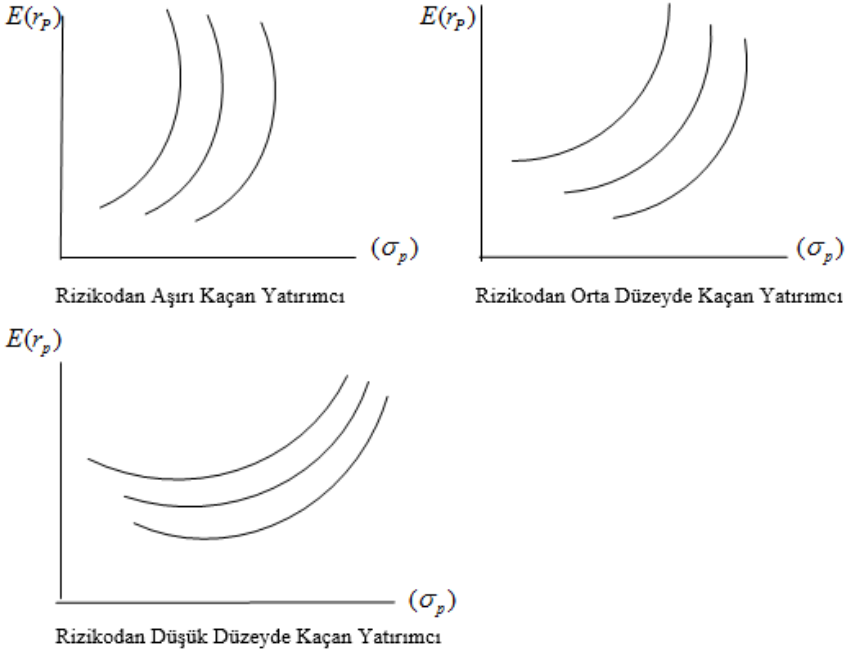


Şekil 1.3 Kayıtsızlık Eğrileri

Kaynak: Konuralp, Gürel, Sermaye Piyasaları Analizler Kurumlar ve Portföy Yönetimi, 2. Basım, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti., 2001, s. 316.

Burada dikkat edilmesi gereken nokta yatırımcılar açısından kayıtsızlık eğrilerinin farklı olabileceğidir. Yatırımcıların kayıtsızlık eğrileri Şekil 1.4'de ki gibi ifade edilebilmektedir;

⁷⁸ Konuralp, a.g.e., ss. 315-316.



Şekil 1.4 Rizikodan Kaçınma Düzeylerine Göre Yatırımcıların Kayıtsızlık Eğrileri

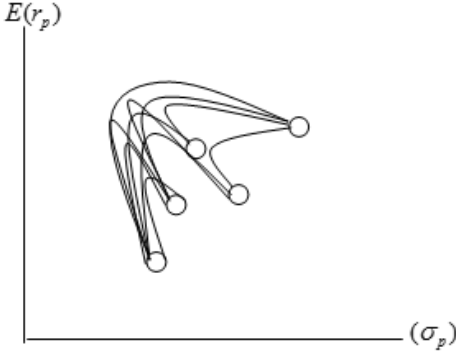
Kaynak: Konuralp, Gürel, Sermaye Piyasaları Analizler Kurumlar ve Portföy Yönetimi, 2. Basım, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti., 2001, s. 318.

Şekil 1.4'den anlaşılacağı üzere, rizikoyu seven yatırımcılar küçük oranda bir getiri elde edebilmek için yüksek oranda riziko üstlenmeyi kabul edebilmektedirler. Bu bağlamda, bu tür yatırımcıların amacının daha fazla getiri elde etmek olduğu söylenebilir. Rizikodan kaçınan yatırımcılar ise rizikoya karşı oldukça fazla duyarlılık göstermektedirler. Bu anlamda rizikodaki küçük bir artış karşılığında yüksek getiri beklentisi içine girebilmektedirler.

1.1.2 Etkin Sınır

Birden fazla menkul değer, bir portföy oluşturmak üzere bir araya getirildiğinde, bu menkul değerlerin her birinin değişik oranlarda portföye alınması sonucu değişik beklenen getiri ve standart sapmalara sahip pek çok portföy bileşeni ortaya çıkmaktadır. Bu bileşimden oluşan kümeye yatırım fırsatları

kümesi adı verilmektedir⁷⁹. Yatırım fırsatları kümesi aşağıdaki Şekil 1-5’de örnek olarak gösterilmiştir;



Şekil 1.5 Yatırım Fırsatları Kümesi

Kaynak: Lönstrom, Thomas, Financial Markets: Theory and Evidence, The Investment Opportunity Set, Part 6, 2002, s. 4.
http://www.econ.rochester.edu/Wallis/Renstrom/Eco217/Lect_6.pdf
İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2007.

Yatırım fırsatları kümesi N adet pay senedi ile oluşturulabilecek olası tüm portföyleri ifade etmektedir. Oluşturulan portföyler ise fırsat setinin dış bükey sınırı üzerinde yer alabileceği gibi söz konusu küme içinde herhangi bir yerde de yer alabilmektedir. Yatırım fırsatları kümesi, genel olarak bir şemsiye şeklindedir ancak içinde yer alan varlıkların yapısına göre daha dik, daha engin ya da daha dar ve daha geniş olabilmektedir⁸⁰.

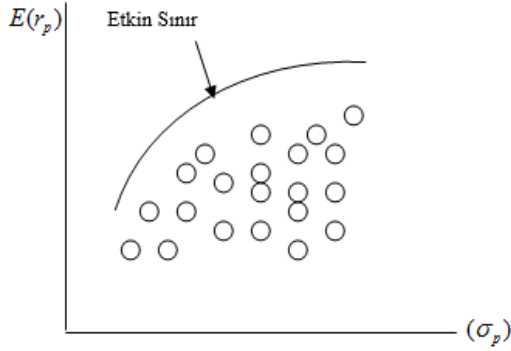
Yatırımcıların sonsuz sayıdaki olası tüm portföy seçeneklerini değerlendirerek, kendisine en uygun olanı seçmesi mümkün değildir. Markowitz’in sunduğu etkin sınır teorisi yatırımcıya, sadece belirli bir olası portföyler alt setini inceleyerek kendi optimum portföyünü seçme imkânı vermektedir⁸¹.

⁷⁹ Lönstrom, Thomas, Financial Markets: Theory and Evidence, The Investment Opportunity Set, Part 6, 2002,
http://www.econ.rochester.edu/Wallis/Renstrom/Eco217/Lect_6.pdf
İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2007.

⁸⁰ Sharpe, William, Gordon J. Alexander ve Jefry W. Bailey, Investments, New Jersey: Prentice Hall International Inc., 1995, s. 194.

⁸¹ Kayacan, Murad ve S. Ozan Tüzenalper, The Portfolio Selection Problem Under Capital Market Integration of European And Emerging Capital Markets:

Yatırımcıların temel amacının belirli bir riziko seviyesinde en yüksek getiriyi ya da belirli bir getiriyi en düşük riziko düzeyini üstlenerek elde etme arzusunda olduğu dikkate alındığında etkin portföyleri içeren etkin sınır Şekil 1.6’da görülmektedir.⁸²



Şekil 1.6 Etkin Sınır

Kaynak: Harrington, Diana R., Modern Portfolio Theory and Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory: A User’s Guide, Virginia: Prentice – Hall Inc., 1983, s. 11.

Etkin Sınır üzerinde yer alan tüm portföyler belirli bir riziko düzeyinde en fazla getiri sağlayan, belirli bir getiri düzeyinde ise en düşük riziko taşıyan portföyleri içermektedir⁸³. Bu bağlamda rasyonel yatırımcıların etkin sınır üzerinde yer alan portföylere yatırım yapmaları beklenmektedir⁸⁴. Etkin sınır üzerinde yer alan etkin bir portföyden bahsedebilmek için⁸⁵;

- Aynı getiride daha düşük rizikoyu içeren,
- Aynı riziko da daha yüksek beklenen getiri sağlayan ya da

An Empirical Analysis, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu, Yayın No: 144, 2003, s. 7.

⁸² Harrington, Diana R., Modern Portfolio Theory and Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory: A User’s Guide, Virginia: Prentice – Hall Inc., 1983, s. 10.

⁸³ Ballesterro, Enrique ve David Pla-Santamaria, “Selecting Portfolios For Mutual Funds”, Omega, Volume:32, Issue: 5, October, 2004, s. 385.

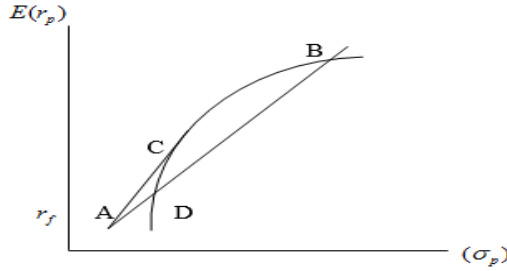
<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VC4-4C4W2KF-7/2/e530e94286f1cc991278ab35b1-ed3017> İnternet Erişim Tarihi: 04.03.2007.

⁸⁴ Fettahoğlu, a.g.e., s. 7.

⁸⁵ Fettahoğlu, a.g.e., s. 7.

- Hem yüksek getiri temin edecek, hem de düşük riziko taşıyan aynı menkul değerlerden başka bir bileşimin bulunmaması gerekir.

Markowitz yaklaşımı, yalnızca rizikolu araçlara yatırım yapılması durumunda etkin sınırı hesaplamaktadır. Ancak yatırımcılar rizikosuz araçlara da yatırım yapabilirler⁸⁶. Bu bağlamda, rizikosuz faiz oranına yatırım yapmanın etkin sınır üzerindeki etkisi Şekil 1.7 yardımıyla gösterilebilmektedir⁸⁷;



Şekil 1.7 Rizikosuz Faiz Oranından Yatırım İmkânı Eklendiğinde Etkin Sınır

Kaynak: Campbell R. Harvey, *Optimal Portfolio Control*, 1995.
<http://www.duke.edu/~charvey/Classes/ba350/control/opc.htm>
 İnternet Erişim Tarihi: 04.07.2007.

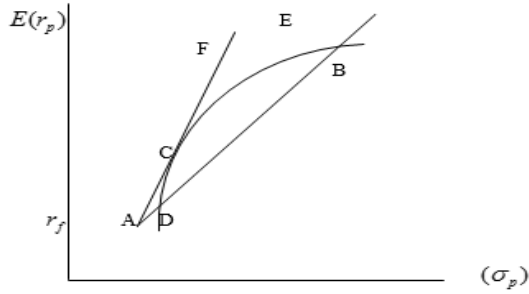
Şekilde AB doğrusu, etkin sınır üzerinde yer alan B portföyü ile rizikosuz aracın değişken oranlarda alınmasıyla oluşturulan portföylerin getiri ve riziko seviyelerini göstermektedir. C portföyü ile rizikosuz aracın kullanıldığı portföyler her zaman diğer portföylere kıyasla daha batıda yer almaktadır. Belirli bir rizikosuz faiz haddinden rizikosuz yatırım yapma imkânı varsa etkin sınır üzerine yer alan portföylerden yalnızca (rizikosuz oran r_f 'den etkin sınıra çizilecek teğet doğrunun etkin sınıra değme noktasında yer alan portföy), rizikosuz aracın da eklenmesiyle oluşturulacak yeni portföyde etkinliği sağlayacaktır. Yukarıdaki analiz yatırımcıların borçlanarak yatırım yapması durumunun eklenmesiyle genişletilebilmektedir. Bunun anlamı yatırımcıların artık kendi varlığı ile sınırlı olmamasıdır. Yatırımcı borçlanma

⁸⁶ Karan, a.g.e., s. 175.

⁸⁷ Harvey, Campbell R., *Optimal Portfolio Control*, 1995.
<http://www.duke.edu/~charvey/Classes/ba350/control/opc.htm>
 İnternet Erişim Tarihi: 04.08.2007.

karşılığında belirli bir oranda faiz ödeyeceğinden, bu oranın üzerinde bir getiri elde etmelidir⁸⁸.

Yatırımcının rizikosuz faiz oranı üzerinden borçlanma imkânı elde ettiğinde bu durumun etkin sınır üzerindeki etkisi Şekil 1.8 yardımıyla gösterilmektedir.



Şekil 1.8 Rizikosuz Faiz Oranından Borçlanma İmkânı Eklendiğinde Etkin Sınır

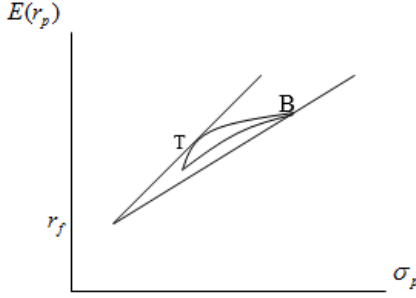
Kaynak: Jing Chen, Where is the Efficient Frontier, 2010, EuroEconomica, Vol:24, No:1, ss. 1-5. <http://journals.univ-danubius.ro/index.php/euroeconomica/article/view/262/245> İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2007.

Şekil 1.8'den de anlaşılacağı üzere yatırımcıların rizikosuz faiz oranından borçlanarak C portföyüne yatırım yapmaları, B portföyüne yatırım yapmalarına kıyasla daha iyi bir alternatif oluşturmaktadır⁸⁹.

Her iki durumun birlikte değerlendirilmesi durumunda etkin sınır üzerinde oluşan etki Şekil 1.9 yardımıyla ifade edilebilmektedir;

⁸⁸ Harvey, a.g.e., s. 7.

⁸⁹ Chen, Jing, Where is the Efficient Frontier, 2010, EuroEconomica, Vol:24, No:1, ss. 1-5. <http://journals.univ-danubius.ro/index.php/euroeconomica/article/view/262/245> İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2007



Şekil 1.9 Rizikosuz Faiz Oranından Borç Alma ve Borç Verme Durumunda Etkin Sınır

Kaynak: Sharpe, William, Gordon J. Alexander ve Jeffrey W. Bailey, Investments, New Jersey: Prentice Hall International Inc., 1995, s. 246.

Borç alma ve borç vermenin birlikte değerlendirildiği bu şekilde, $r_f - B$ noktaları arasındaki doğru, fırsat kümesini, $r_f - T$ arasındaki doğru ise etkin sınırı ifade etmektedir. T noktası, Markowitz'in etkin sınırına teğet olduğu noktayı göstermektedir. Bu durumda, Markowitz'in etkin sınır üzerinde yer alan T noktası dışındaki hiçbir portföy etkin olmamaktadır. Buna göre, Markowitz'in etkin sınırı üzerinde yer alan T noktası dışındaki tüm noktalar için $r_f - T$ doğrusu üzerinde yer alan ve aynı standart sapma değeri için daha fazla getiri sağlayabilen daha iyi bir alternatif bulunmaktadır⁹⁰.

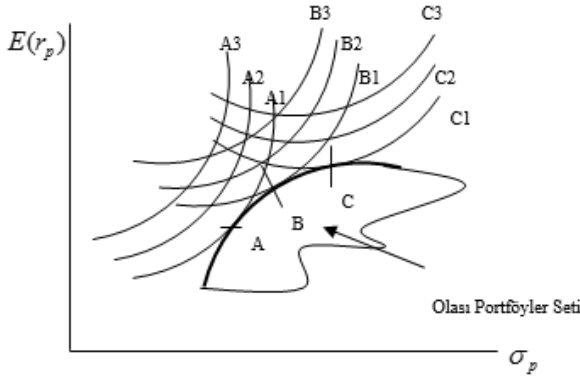
1.1.3 Portföy Seçimi ve Optimal Portföylerin Belirlenmesi

Portföy yönetiminin belki de en önemli aşaması portföy seçim aşamasıdır. Yatırımcıların kendilerine uygun portföy yapısını oluşturmalarının faydalarını en çoklamaları açısından önemli olduğu düşünülmektedir. Portföy oluşturularak, beklenen değer değişmeden riziko azaltılabildiğinden, yatırımcı için tek tek menkul değerlerden daha tercih edilebilir imkânlar yaratılabilmektedir. Portföy oluşturmada önemli olan rizikonun en az düzeye indirilmesi değildir. Riziko yatırımcılar tarafından istenmeyen bir şey olduğundan yatırımcılar rizikoyu yalnızca daha yüksek getiri karşılığında kabul edeceklerdir. Modern Portföy Teorisi yatırımcıya herhangi bir portföy ya da yatırım fonunun seçiminde, üstlenilen rizikoya karşılık en yüksek verimin elde edileceği

⁹⁰ Sharpe, Alexander ve Jeffrey, a.g.e., ss. 245-246.

çeşitlendirme yöntemini sunmaktadır. En uygun getiri ve riziko karışımına sahip portföye optimum portföy denilmektedir⁹¹.

Optimum portföyün seçiminde yatırımcıların kayıtsızlık eğrileri ile etkin sınırda yer alan portföyleri bir araya getirmek gerekmektedir. Seçilecek portföyde en “kuzeybatı”da yer alan kayıtsızlık eğrilerinin üzerinde yer almaktadır. Bu, optimal portföy kayıtsızlık eğrilerinin etkin kümeye teğet geçtiği yerde olacaktır⁹². Buna göre söz konusu yatırımcı türlerinin optimal portföyleri Şekil 1.10’deki gibi ifade edilebilmektedir⁹³.



Şekil 1.10 Yatırımcı Gruplarının Optimal Portföylerinin Belirlenmesi

Kaynak: Sharpe, William, Gordon J. Alexander ve Jefry W. Bailey, Investments, New Jersey: Prentice Hall International Inc., 1995, s. 197.

Yatırımcının etkin sınır üzerinde yer alan portföylerden hangisini tercih edeceği konusu tamamen yatırımcının riziko üstlenme derecesine bağlı olarak değişmektedir. Yatırımcının riziko üstlenmedeki tutumu onların kayıtsızlık eğrileri ile ifade edilmektedir. Dolayısıyla, yatırımcının kayıtsızlık eğrilerini gösteren grafik

ile etkin sınır grafiği üst üste konduğunda kayıtsızlık eğrisinin etkin sınıra teğet geçtiği nokta yatırımcı için optimum portföyü belirleyecektir. Burada anlaşılması gereken önemli nokta,

⁹¹ Ertuna, İbrahim Özer, Yatırım ve Portföy Analizi: Bilgisayar Uygulamalı Örnekleriyle, 1. Baskı, İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 1991, s. 81.

⁹² Karan, a.g.e., s. 168.

⁹³ Sharpe, Gordon, ve Jefry, a.g.e., s. 197.

ister rizikodan çok kaçınınsın ister az kaçınınsın tüm yatırımcı tiplerinin mutlaka etkin set üzerinde yer alacağıdır⁹⁴.

Şekil 1.10'da yer alan A noktası rizikodan aşırı kaçan yatırımcı tipinin optimal portföyünü, B portföyü rizikodan orta düzey kaçan yatırımcının, C portföyü ise rizikodan az kaçınan yatırımcının optimal portföyünü ifade etmektedir⁹⁵. A, B, C noktaları yatırımcılar tarafından sağlanabilen en yüksek beklenen getiri ve riziko düzeyini temsil etmektedir ve A, B, C noktaları ile ifade edilen portföyler sırasıyla, rizikodan aşırı kaçan, rizikodan orta düzey kaçan ve rizikodan kaçınmayan yatırımcılar için en uygun yatırım bileşimini ifade etmektedir⁹⁶. Bu bağlamda, portföy seçiminin yatırımcıların bireysel riziko tercihlerine göre şekillendiği söylenebilir.

1.1.4 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin Zayıf Yönleri

Markowitz Ortalama - Varyans Modeli kuramsal bir bakış açısıyla geçerli ve makul görülse de, bu modelin uygulamada kullanılmasında çeşitli sorunlar ortaya çıkmaktadır. *The Markowitz Optimization Enigma: Is "Optimized" Optimal?* isimli makalede Michaud, bu modelin uygulamada arz ettiği sorunları kapsamlı bir şekilde değerlendirmektedir⁹⁷. Michaud, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin yatırımcıyı optimal portföylerden uzak portföylere yönlendirdiğini iddia etmekte olup bazı araştırmalar, eşit ağırlık sisteminin bile Markowitz Optimal Portföy Modeli'ne göre üstünlüklere sahip olduğunu ispat etmiştir. Bu makalede Michaud ayrıca modelin kullanılmasında söz konusu olan diğer dezavantajları da değerlendirmektedir.

⁹⁴ Konuralp, a.g.e., s. 321.

⁹⁵ Sharpe, Gordon, ve Jefry, a.g.e., s. 198.

⁹⁶ Sharpe, Gordon, ve Jefry, a.g.e., s. 198.

⁹⁷ Michaud, Richard, O, "The Markowitz Optimization Enigma: Is 'Optimized' Optimal?" *Financial Analyst Journal*, 1988, vol. 45, no. 1 (January/February), ss. 31-42.

http://www.newfrontieradvisors.com/about/research/Articles/documents/markowitz-optimization-enig_ma-010189.pdf
İnternet Erişim Tarihi: 11.11.2007.

Michaud'a göre, Markowitz modeli'nin kullanılmasında söz konusu olan en önemli sorunlar şunlardır⁹⁸:

- Markowitz'in sunduğu portföy optimizasyon araçları hataları azamiye çıkarmaktadır. Michaud, gerek beklenen getirilerin gerekse varyans ve kovaryansların doğru ve kesin tahminleri söz konusu olmadığından bu tahminlerde hatalar olduğunu savunmaktadırlar. Markowitz'in portföy optimizasyon araçları, yüksek beklenen getiriye ve negatif korelasyona sahip kıymetlere fazla ağırlık vermekte, beklenen getirisi ve pozitif korelasyonu düşük olan kıymetleri ise geri plana itmektedir. Michaud'a göre bu kıymetler, büyük tahmin hatalarına tabi olan ve riziko arz eden kıymetlerdir. Ancak bu kanıt kısmen çelişkili olarak görülmektedir. Yatırımcıların varlıklardan yüksek getiri bekleme nedeni, bu varlığın getiri potansiyelinin olduğuna inanmalarıdır. O halde yöneticinin, portföy içerisinde bu varlığa model tarafında fazla ağırlık verilmesinden memnun olması da olağan karşılanmalıdır.
- Bir örneklem ortalaması üretmek ve beklenen getiriyi örneklem ortalaması ile değiştirmek için geçmiş verileri kullanma alışkanlığı ideal değildir. Bu tarz bir yaklaşımın, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin hata payının önemli derecede artmasına neden olacaktır.
- Markowitz modeli, varlıkların piyasa kapitalizasyon ağırlıklarına yer vermemektedir. Bunun anlamı şudur, eğer düşük kapitalizasyon düzeyine sahip olan bir kıymetin beklenen getirisi yüksekse ve portföy içerisindeki diğer varlıklarla korelasyonu negatif ise model yüksek bir portföy ağırlığı sunabilir. Bu da bilhassa portföy için bir varlık satış limiti koyarken sorun oluşturabilmektedir.
- Ortalama - Varyans Modelleri genellikle durağan değildir, yani girdide meydana gelen ufak değişimler portföyü çok ciddi şekilde etkileyebilmektedir. Model bilhassa beklenen getiri girdisi ile bağlantılı olan bir istikrarsızlık sergiler. Bir varlığın beklenen getirisinde meydana gelen ufak bir değişim portföyün ciddi anlamda değişmesine neden olabilmektedir. Bu durum temel olarak kovaryans

⁹⁸ Michaud, a.g.e., ss. 31-42.

matrisinin koşul sayısının büyük olmasından kaynaklanmaktadır.

Michaud'un Markowitz modeli'ne ilişkin belirttiği olumsuzluklara ilave olarak modelin yeterince çeşitlendirilmemiş portföyler oluşturması, çok sayıda girdiye ihtiyaç duyması ve kararlı olmaması gibi sorunlarının da var olduğu görülmektedir.

Genel anlamda portföy çeşitlendirme, rizikonun dağıtılmasında makul bir yaklaşım olarak kabul edilir. Bir portföye, portföy içerisinde halihazırda bulunan varlıklarla ilintili olmayan farklı varlıkların ilave edilmesi, portföyün varyansını azaltır. Ancak Ortalama - Varyans optimizasyonu ile sadece belli birkaç varlık itibarıyla büyük alış ve satış pozisyonları öngören portföyler oluşturulabilmektedir⁹⁹. Ancak oluşturulan bu portföyler temel olarak çeşitlendirme anlayışının tabiatına aykırıdır. Optimizasyonda kullanılan beklenen getiri vektörü ve kovaryans matrisi gibi parametreler kati suretle bilinebilseydi çok fazla çeşitlendirilmemiş portföylere yatırım yapılması mantıklı olabilirdi. Ancak bu varlıkların beklenen getirileri sadece tahmin boyutunda olduğundan bu son derece rizikolu bir yatırım tercihi olarak görülmektedir. Yeterince çeşitlendirilmemiş portföyler rasyonel yatırım anlayışına son derece aykırıdır ve bu da yatırım kararları verilirken kısıtlandırılmamış Ortalama - Varyans optimizasyon araçlarının kullanımının yaygın olmamasının nedenlerinden bir tanesidir¹⁰⁰.

Uygulamada karşılaşılan sorunlardan biri de modelin, değerlendirmeye tabi tutulan her bir varlığın beklenen getirisi, varyansı ve kovaryansına ait girdi gerektirmesidir. İçerisinde 50 varlık bulunan bir portföyde, tahmin edilmesi gereken varyans sayısı 50 olurken, tahmin edilmesi gereken kovaryans sayısı 1225'tir. Bu rakam, bir portföy yöneticisinin ilgilenmesi için büyük bir değerdir. Hatta birkaç kişiden oluşan bir yatırım ekibini bile zorlayacak derecede büyüktür. Bu sorun için belli çözümler vardır. Beklenen getirinin tahmininin yapılması için geçmiş verilerden

⁹⁹ Black ve Litterman, a.g.e., ss. 28-43.

¹⁰⁰ Michaud, a.g.e., s. 37.

istifade edilebilir. Ancak bu verilere dayalı tahminler genelde varlığın gelecekteki davranışını istenen düzeyde öngöremezler¹⁰¹.

Bir diğer sorun da yatırımcının, varlığın gelecekteki performansına dair görüşlerini nasıl denkleştirilmesi gerektiğidir. Genellikle bir yatırımcı, varlık performansına dair bağlı görüşlere sahiptir. Ortalama - Varyans analizi, belli bir varlığın beklenen getirisinin spesifik şekilde tahmin edilmesini gerektirir ve bağlı görüşler kabul edemez¹⁰².

Best ve Grauer, Ortalama - Varyans optimizasyon aracının, varlık ortalamasında değişikliklerin olduğu bir ortamdaki davranışını analiz etmişler ve varlık ortalamasında meydana gelen ufak bir değişimin, portföy yapısında büyük bir değişime neden olabileceğini ispat etmişlerdir. Bir varlığın ortalamasında ufak bir değişimin meydana gelmesiyle varlıkların yarısı orijinal portföyden ayrılabilir. Best ve Grauer, bir bütçe kısıtlamasının söz konusu olduğu bir Ortalama - Varyans problemi için, ağırlık vektörünün değişim oranının, ortalamadaki değişime bağlı olduğunu ifade etmektedir. Daha spesifik olarak ifade etmek gerekirse bu oran rizikodan kaçınma faktörü olan λ 'ye, varyans-kovaryans matrisinin tersine Σ^{-1} ve varlık ortalamasındaki değişimi ifade eden q 'ya bağlıdır¹⁰³.

Michaud'a göre kovaryans matrisi genellikle verilere dayalı olarak tahmin edilir ancak bu tahmin süreci birbirinden çok ayrı matrisler oluşturabilmektedir. Bu da, optimizasyon esnasında matris ters hale getirildiğinde sorunlara yol açmaktadır¹⁰⁴.

Ortalama - Varyans Modeli eğitsel amaçlar için son derece faydalıdır. Optimizasyon prosedürü uygulamada kullanıldığında ise sonuçta ortaya çıkan portföyler mantığa aykırı olabilmektedir ve

¹⁰¹ Black, Fischer, ve Robert Litterman, "Global Portfolio Optimization", Financial Analysts Journal, 1992, September-October, ss. 28-43.

<http://phys.columbia.edu/~oleg/economics/BlackLittermanOrig.pdf>

İnternet Erişim Tarihi: 08.12.2007.

¹⁰² Michaud, a.g.e., ss. 38.

¹⁰³ Best, Michael J., ve Robert R. Grauer, "On The Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios To Changes In Asset Means: Some Analytical And Computational Results", The Review of Financial Studies 4, no. 2, 1991, ss. 315-342.

<http://rfs.oxfordjournals.org/content/4/2/315.short>

İnternet Erişim Tarihi: 09.12.2007.

¹⁰⁴ Michaud, a.g.e., s. 39.

optimizasyon prosedürünün kısıtlandırılması gerekmektedir. Ortalama - Varyans Modeli, portföy seçimi sürecinin yapılandırılmasında iyi bir başlangıç noktası olmuştur ancak üzerinde bazı iyileştirmeler yapılabilir¹⁰⁵.

Her ne kadar Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin kullanımında çeşitli kritik dezavantajlar bulunsa da beklenen getiriyi maksimize etme, rizikoyu minimize etme veya riziko ile beklenen getiri arasındaki dengeyi optimize etme fikri o kadar caziptir ki yatırımcı için daha iyi davranış sergileyen modellere yönelik arayışlar hep devam etmiştir. Black - Litterman Modeli bunlardan birisidir ve son yıllarda bu modele ilgi son derece artmıştır.

1.2 Black - Litterman Modeli

Ortalama - Varyans Modeli, portföy seçiminde çığır açan bir model olmuştur. Yatırımcıların, yatırım görüşlerine dayalı olarak nicel düzeyde bir portföy seçmesine olanak vermektedir. Ancak 1.1.4 no'lu bölümde açıklandığı gibi Ortalama - Varyans Modeli bazı yetersizliklere sahiptir. Portföy yöneticileri bu modeli sıklıkla kullanmışlar, ancak modele pek çok kısıtlama girmek suretiyle bahsedilen sorunların üstesinden gelmeye çalışmışlardır.

Uygulamada Markowitz Modeli'ni portföy yönetiminde kullanırken karşılaşılan sorunlar ve Ortalama - Varyans optimizasyonunun uygulamada çok da yüksek bir etkiye sahip olmadığı görülmüştür, Fisher Black ve Robert Litterman'ı, portföy tercihiyle yönelik başka modellerin geliştirilmesi üzerine çalışmaya sevk etmiştir. Black ve Litterman¹⁰⁶, daha ideal sonuçlar ortaya koyan portföy modellerini elde etmek amacıyla beklenen getirilerin tahminine yönelik bir yöntem sunmuştur.

Fischer Black ve Robert Litterman'ın sundukları bu yöntem, Black - Litterman Modeli olarak adlandırılmaktadır. Black ve Litterman, modeli ortaya koyarken belli başlı kıstasları dikkate almışlardır. Bu kıstaslar sırasıyla, modelin matematiksel yapısının izlenebilir olması, model girdilerinin portföy yöneticisi için

¹⁰⁵ Michaud, a.g.e., s. 40.

¹⁰⁶ Black ve Litterman, a.g.e., ss. 28-43.

sezgisel olması ve optimize edilmiş portföyün yatırımcıların görüşlerini yansıttığıdır¹⁰⁷.

Bu yönteme göre oluşturulan portföylerin etkin sınırdaki bulunması gerekmektedir¹⁰⁸. Aksi halde Ortalama - Varyans bakış açısına dayalı olarak elde edilecek portföyler daha iyi sonuçlar verebilir. Black - Litterman Modeli genel itibarıyla tamamen yeni bir portföy modeli olarak ifade edilmektedir. Uygulamada Black - Litterman Modeli'ni Markowitz modeli'nden ayıran tek fark beklenen getirilerdir. Diğer her durumda Black - Litterman Modeli teorik olarak Markowitz'in Ortalama - Varyans Modeli'ne benzer bir yapı göstermektedir. Black - Litterman Modeli ile beklenen getirilerin nasıl tahmin edileceği konusu son derece karmaşık bir konu olarak gündeme gelmektedir. Bu model, Markowitz modeli kullanılarak oluşturulan portföylerden son derece farklı portföyler oluşturmaktadır¹⁰⁹.

Black - Litterman Modeli, portföy modelleme anlayışını fiili yatırım ortamları için daha kullanışlı hale getirecek şekilde geliştirilmiştir. Bunu yapmak için Black ve Litterman, denge yaklaşımı dedikleri bir sistemi uygulamaya geçirmektedirler. İdeal olarak görülen piyasa dengesini referans noktası olarak kabul ederler. Sonrasında yatırımcı, beklenen getiriyi temsil eden bir dizi piyasa görüşü ve bu görüşlerden her biri için bir güven seviyesi belirler. Bu görüşler denge getirileri ile birleştirilir ve bunların birleşimi Black - Litterman Modeli beklenen getirilerini oluşturur. Bu getiriler daha sonra Ortalama - Varyans yöntemi içerisinde optimize edilerek yatırımcıların sadece gelecekte sunacağı getiriler hakkında fikir sahibi olduğu varlıklar üzerinden rizikolar alınır. Alınan rizikoların, portföy dengesine göre büyüklüğü, kullanıcı tarafından belirtilen güven düzeylerine ve ayrıca yatırımcılardan

¹⁰⁷ Black, Fischer ve Robert Litterman. *Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies, Fixed Income Research*, Canada: Goldman Sachs & Co., 1991.

¹⁰⁸ Black, Fischer ve Robert Litterman, "Asset Allocation: Combining Investor Views With Market Equilibrium", *The Journal of Fixed Income*, 1991, Vol.1, No: 2, ss. 7-18.

<http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jfi.1991.408013>

İnternet Erişim Tarihi: 11.10.2007.

¹⁰⁹ Black, ve Litterman, a.g.e., 1992, ss. 28-43.

alınan görüşlerin piyasa dengesine göre ağırlığını ifade eden bir parametreye dayalıdır¹¹⁰.

Black ve Litterman, beklenen getiri vektörü için daha iyi bir tahmin sunmak suretiyle daha sezisel portföyler oluşturmaya odaklıdır. Beklenen getiri vektörü portföy ağırlıklarını hesaplamak için kullanılabilir¹¹¹.

1.2.1 Black - Litterman Modeli'nin Temel Bileşenleri

Black ve Litterman, beklenen getirilerle ilgili iki bilgi kaynağı tanımlamış ve bu iki bilgi kaynağını tek bir beklenen getiri denkleminde birleştirmiştir. İlk bilgi kaynağı kantitatif olarak elde edilir, bunlar Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nden (FVFM) doğan beklenen getirilerdir. FVFM'nin getirileri Black - Litterman Modeli'nin omurgasını oluşturmaktadır¹¹².

İkinci bilgi kaynağı, yatırımcıların görüşleridir. Yatırımcıların farklı bilgilere erişimi vardır. Yatırımcılar denge durumunda varlığın beklenen getirisiyle ilgili durağan hale gelecek görüşlerden ziyade varlığın beklenen getirisi hakkında farklı görüşlere sahip olacaktır. Denge durumundaki görüşleri yönlendirmek için yatırımcının görüşleri kullanılmaktadır. Yatırımcıların bu görüşleri belirli bir varlığa daha fazla veya daha az yatırım yapılmasına yönelik bilgi sağlamaktadır¹¹³.

Bu bilgi kaynaklarının bir araya getirilmesi, beklenen getirilere ait yeni bir vektör ortaya çıkarır. Daha da geliştirilmiş olan bu vektör portföy optimizasyon sürecinde kullanılabilir. Konu ile ilgili Ek-1'de Satchell ve Scowcroft'tan alınmış ayrıntılı bir şekil mevcuttur.

Black ve Litterman, yatırımlara global bir bağlam içerisinde yaklaşmakta ve üç varlık sınıfına yatırım yapmaktadır. Bu varlık sınıfı sırasıyla pay senedi, tahvil ve dövizdir. Bu nedenle kantitatif

¹¹⁰ Litterman, Robert B. The Quantitative Resources Group, Modern Investment Management- An Equilibrium Approach, New Jersey: Wiley, Chapter:7, Robert B. Litterman, Beyond Equilibrium, The Black - Litterman Approach, 2003, s. 79-80.

¹¹¹ Litterman, The Quantitative.. a.g.e., s. 80.

¹¹² Drobetz, Wolfgang, "How To Avoid The Pitfalls In Portfolio Optimization? Putting The Black - Litterman Approach At Work", Swiss Society for Financial Market Research, s. 60, http://www.fnpm.org/files/2001_01_Drobetz.PDF
İnternet Erişim Tarihi: 12.12.2007.

¹¹³ Drobetz, a.g.e., s. 60

görüşler bu global çerçeveyi yansıtmalı ve denge durumu getirilerini hesaplamak üzere uluslararası bir FVFM'yi tercih etmelidir. Pay senetlerinin ve tahvillerin beklenen getirisini hesaplamak için Sharpe'in standart FVFM'si kullanılmakta ve bu sistem Black'in rizikodan korunma oranı ile takviye edilmektedir¹¹⁴.

FVFM, piyasada bir denge olduğunda bir varlığın beklenen getirisini hesaplar. Denklemin en temel dezavantajı,

$$\left[E(r_i) - r_f = \left(\frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} E(r_M) - r_f \right) \right] \text{ içerisinde yer alan piyasa}$$

portföyünün beklenen getirisini $E(r_M)$ saptama zorluğudur. Çünkü dünya piyasaları üzerinde reel bir kontrol söz konusu değildir. Bu nedenle "gösterge portföy" genellikle piyasa için bir aracı olarak kullanılır. Gösterge portföyle varlığın beklenen getirisinin tahmin edilmesi mümkündür. Gösterge portföy, Standart & Poor's'un Global 1200 endeksi (S&P Global 1200) gibi bir endeks olabilir. S&P Global 1200 endeksi kapsamında 29 ülkeden pay senetleri ve global piyasa kapitalizasyonunun %70'i yer almaktadır¹¹⁵. Gösterge portföy içerisindeki varlıkların getirilerinden, piyasa portföyünün beklenen getirisini tahmin etmek mümkündür. Denge getirileri konusu üçüncü bölümde 3.4'nolu başlık altında daha kapsamlı olarak ele alınacaktır.

Yatırımcılar varlıkların beklenen getirisi üzerinde bir takım görüşlere sahiptir. Black - Litterman Modeli, yatırımcıların görüşlerini mutlak bir şekilde ifade edebilmelerine olanak vermektedir. Örnek olarak, A varlığının beklenen getirisi x olacak veya görece anlamda A varlığının performansı B varlığından daha iyi olacak gibi. Black - Litterman Modeli, yatırımcıya,

¹¹⁴ Black, Fisher, "Universal Hedging: How to Optimize Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios", Financial Analyst Journal July/August 1989, s. 17.

<http://www.mcombs.utexas.edu/faculty/keith.brown/ChileMaterial/Black%20FAJ89.pdf> İnternet Erişim Tarihi: 12.10.2007.

¹¹⁵ <http://www2.standardandpoors.com/spf/pdf/index/factsheet.global1200.pdf> İnternet Erişim Tarihi: 15.06.2008.

yatırımcıların düşünce tarzlarına çok yakın olan, görüşlerini bildirme olanağı verir¹¹⁶.

Buna ek olarak yatırımcı, her görüşten eşit oranda emin olmayabilir. Bu durum da yine model içerisinde yansıtılmalıdır. Black ve Litterman, her bir görüş için ayrı olarak belli bir kesinlik düzeyi ifade edilmesini olanaklı kılmıştır¹¹⁷.

Yatırımcının hesaba katmak istediği görüş sayısı esnekliklidir. Bu sayı sıfır da olabilir, değerlendirilen varlık sayısı kadar da. Bu özellik modelin kullanımını çok daha iyi bir hale getirmektedir. Yatırımcılar genellikle, potansiyel yatırım evreninin sadece ufak bir kısmına odaklanarak değeri düşük kalmış varlıkları tercih ederler, pozitif momentumlu varlıkları ararlar veya rölatif değer yatırımlarını ararlar. Black - Litterman Modeli'nde, yatırımcının bir yatırım görüşü varsa bu görüşün belirtilmesi gerekmektedir¹¹⁸.

Black – Litterman Modeli çalışmanın üçüncü bölümünde daha kapsamlı ve ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

1.3 Portföy Performansının Ölçülmesi

Performans ölçümü, portföylerin belli bir dönemdeki performansını başka bir dönem ile ilişkilendirerek veya aynı dönemde farklı portföylerin performansı ile karşılaştırılmak sureti ile gerçekleştirilmektedir. Uygulamada en çok kullanılan portföy performans ölçütlerini, getirilerin toplam rizikosunu kullanan performans ölçütleri ve getirilerin sistematik rizikosunu esas alan performans ölçütleri olarak sınıflandırmak mümkündür¹¹⁹. Performans ölçülmesi pratikte yaygın olarak fonların geçmiş

¹¹⁶ Satchell, Stephen, ve Alan Scowcroft, *Advences in Portfolio Construction and Implementation*, Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2003. Part IV: Alan Scowcroft, ve James Sefton. *Enhanced indexation*, s. 103.

¹¹⁷ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 103.

¹¹⁸ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 104.

¹¹⁹ Jobson, J. D. ve Bob M. Korkie, "Performance Hypothesis Testing With The Sharpe and Treynor Measures", *The Journal of Finance*, 36(4), 1981, ss. 889-908.: Turhan Korkmaz ve Hasan Uygurtürk, Türkiye'deki Emeklilik Fonlarının Performans Ölçümü ve Fon Yöneticilerinin Zamanlama Yeteneği, *Akdeniz İ.İ.B.F. Dergisi*, (14), 2007, s. 71.

http://www1.akdeniz.edu.tr/iibf/dergi/Sayi14/04korkmaz_uygurturk.pdf
İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2008.

getirileri temeline dayanmakla birlikte gelecekte aynı getirinin sağlanacağını ortaya koymamaktadır¹²⁰.

1.3.1 Sharpe Ölçüsü

1966 yılında William F. Sharpe tarafından geliştirilen ve kendi adıyla anılan Sharpe Ölçüsü standart sapmayı esas alan ölçütlerdendir. Sharpe Ölçüsü birim riziko başına portföyün sağladığı artı getiriyi gösterir. Artık getiri rizikosuz getiri ile portföy getirisi arasındaki farktır¹²¹. Sharpe Ölçüsü hesaplanırken, rizikonun ölçütü olarak portföy getirilerinin standart sapması kullanılır. Eşitliğe dayalı olarak, Sharpe Ölçüsü ne kadar yüksek çıkarsa portföy performansının da o ölçüde iyi olduğu ileri sürülebilir. Üstlenilen her birim toplam rizikoda ulaşılan portföy getirisi ne ölçüde yüksek ise, getiri riziko ilişkisi de o ölçüde iyi olacaktır¹²².

Sharpe Ölçüsü Denklem 1.21 yardımıyla gösterilebilir¹²³:

$$\text{Sharpe Ölçüsü} : \frac{\bar{R}_p - r_f}{\sigma_p} \quad (1.21)$$

Burada \bar{R}_p portföyün ortalama getirisini, r_f rizikosuz faiz oranının ortalama getirisini, σ_p ise portföyün standart sapmasını göstermektedir¹²⁴.

1.3.2 Treynor Ölçüsü

Sistematik rizikoyu esas alan ölçütlerden olan Treynor Ölçüsünde, portföyün rizikosuz faiz oranını aşan getirisi portföyün sistematik rizikosuna (beta) oranlanmış ve riziko birimi başına elde

¹²⁰ Basso, Antonella ve Stefania Funari, “A Data Envelopment Analysis Approach to Measure the Mutual Fund Performance”, *European Journal of Operational Research*, 135, 2001, s. 477.: Korkmaz, a.g.e., s.71.

¹²¹ Sharpe, William F., “Sharpe Ratio”, *Journal of Portfolio Management*, 21/1, 1994, ss. 49-58. <http://www.stanford.edu/~wfsharpe/art/sr/sr.htm>
İnternet Erişim Tarihi: 26.10.2008.

¹²² Fettahoğlu, a.g.e., s. 533.

¹²³ Doğanay, M. Mete, “Hisse Senedi Fonlarının Çok Kriterli Karar Yaklaşımı İle Derecelendirilmesi”, *Ankara Üniversitesi SBF. Dergisi*, 57-3, s. 33.

¹²⁴ Doğanay, a.g.e., s. 33.

edilen ek getiri performans ölçütü olarak kabul edilmiştir¹²⁵. Treynor Ölçüsü, portföyün karakteristik doğrusu ile ilgili kavramlara dayanmaktadır. Menkul değerlerde olduğu gibi herhangi bir portföy içinde karakteristik doğruyu belirlemek mümkündür. Karakteristik doğrunun eğimi, sistematik riziko göstergesi olan beta katsayısıdır. Bu beta katsayısı, portföy getirilerinin pazara karşı olan duyarlılığının da göstergesidir. Bu nedenle doğru eğimi ne kadar yüksek olursa, beta o kadar büyük ve portföy de o kadar rizikolu demektir¹²⁶.

Treynor Ölçüsü Denklem 1.22 yardımıyla hesaplanmaktadır¹²⁷:

$$\text{Treynor Ölçüsü: } \frac{R_p - r_f}{\beta_p} \quad (1.22)$$

Denklemden yer alan β_p portföyün sistematik rizikosunu, R_p ölçülen portföyün getirisini, r_f ise rizikosuz faiz oranını temsil etmektedir. Denklem sistematik riziko birimi başına düşen aşırı getiriyi ölçmektedir. Treynor ölçüsünün yükselmesi portföyün başarısının yükseldiği anlamına gelmektedir¹²⁸.

1.3.3 Jensen Ölçüsü

Jensen Ölçüsü fon yöneticisinin, fonun riziko seviyesinde beklenen getirisinden daha yüksek bir getiri elde etme kabiliyetini ölçer. Bu ölçümü fon getirileri ile pazar getirileri arasında kurulan regresyon denkleminin sabit terimi olan alfa katsayısı ile yapar. Pozitif alfa katsayısı, portföy yöneticisinin başarılı olduğunu, negatif alfa katsayısı ise yöneticinin başarısız olduğunu ifade etmektedir¹²⁹. Başka bir ifadeyle, negatif alfa katsayısı rizikoya

¹²⁵ Scholz, Hendrik ve Marco Wilkens, "Investor – Specific Performance Measurement – A Justification of Sharpe Ratio And Treynor Ratio", Working Paper, 2006, s. 2. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=555840
İnternet Erişim Tarihi: 12.01.2008.

¹²⁶ Treynor, Jack L., How To Rate Management of Investment Funds, Harward Business Review, XVIII. January February, 1965, s. 63.

¹²⁷ Fettahoğlu, a.g.e....., s. 533.

¹²⁸ Treynor, a.g.e., s. 63.

¹²⁹ Jensen, Michael C., "The Performace of Mutual Funds in the Period 1945-1964", Journal of Finance, Vol. 23, No: 2, 1967, s. 390. <http://www.jstor.org/stable/2325404> İnternet Erişim Tarihi: 13.09.2008.

göre düzeltilmiş düşük performansı gösterirken, pozitif alfa katsayısı rizikoya göre düzeltilmiş üstün performansı ifade etmektedir.

Jensen ölçütü 1.23 no'lu Denklem yardımı ile belirlenmektedir¹³⁰.

$$\alpha = R_p - [R_f + \beta(R_m - r_f)] \quad (1.23)$$

Yukarıdaki ifadede R_p portföyün getirisi, R_f rizikosuz getiri, R_m ise gösterge portföyün getirisidir (Pazar getirisi). $[r_f + \beta(R_m - r_f)]$ ifadesi portföyün belirlenen riziko düzeyinde elde etmesi beklenen getiriyi gösterir. Bu getiri, rizikosuz getiri (r_f) üzerine bir riziko primi $[\beta(R_m - r_f)]$ eklenecek bulunur. Alfa ise, portföyün bu getiriyi aşan kısmını temsil eder¹³¹.

¹³⁰ Raddcliffe, Robert, C., Investment, 3rd Ed., Illinois: Scot-Foresman And Company, 1989, s. 289.

¹³¹ Raddcliffe, a.g.e., s. 289.

2. MODERN PORTFÖY KURAMININ GELİŞİMİ

1950'li yıllarda Markowitz o güne kadar geliştirilen değere yönelik temel analiz yaklaşımın hep geleceğe dönük tahminler içermesine rağmen riziko kavramına hiç değinmediğini tesbit etti. Getiri ve riziko hayatta her zaman yan yana olan iki kavram olmasına rağmen o güne kadar yatırım kararlarına nasıl katılacağı çözülememişti. Markowitz rizikoyu ölçme konusunda adım attı ve optimal portföy oluşturma tekniklerini denklemlerle tanımladı. Portföyü farklı yatırım araçlarına dağıtarak rizikoyu azaltmak üzerine geliştirdiği teori sonraları "Modern Portföy Teorisi" olarak anılmaya başlandı.

James Tobin, 1958 yılında Markowitz'in teorisine likit ve rizikosuz varlık olan parayı da katarak teoriyi daha basit bir hale getirmiştir. Tobin'e göre yatırımcılar temelde yaptıkları tercihlerinde birikimlerini rizikosuz bir yatırım aracı ve rizikolu varlıklardan oluşan bir portföye bölüştürmektedir. Yatırımcılar kendi riziko alma potansiyellerine göre rizikolu ve rizikosuz yatırım araçları arasında varlıklarını dağıtmaktadırlar¹³².

1964 yılında William Sharpe ve John Lintner CAPM (Capital Asset Pricing Model) olarak bilinen FVFM'ni geliştirmiştir. Bu model her bir varlığın kovaryansını ayrı ayrı hesaplanmak yerine genel bir endeksle ilişkilendirmektedir. Beta adı verilen bu ilişki sayesinde hesaplamalar Markowitz'in teorisine göre oldukça kolaylaşmaktadır¹³³.

FVFM, optimal portföyü oluşturmak için bir takım varsayımlar altında kurulmaktadır. Bu temel varsayımlarının gerçek yaşamla ne kadar uyumlu olduğu gerek akademisyenler gerek uygulayıcılar arasında sürekli tartışılmış, modelin denenmesi

¹³² Tobin, James, "Liquidity Preference as Behavior Towards Risk", The Review of Economic Studies, Volume:25, Issue:2, Feb, 1958, ss. 65-86.
<http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p01a/p0118.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 12.08.2008.

¹³³ Sharpe, F., William, "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk", The Journal of Finance, Volume:19, No: 3, 1964, ss. 425-442.
<http://www.jstor.org/stable/pdfplus/2977928.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 08.11.2007.

aşamasında karşılaşılan güçlükler ve modelin türlü yetersizlikleri araştırmacıları yeni modeller bulmaya itmiştir¹³⁴.

Bunun sonucunda 1976 yılında Stephen A. Ross tarafından, finansal varlıkların fiyatlandırılmasına yönelik olarak Arbitraj Fiyatlandırma Modeli adında alternatif bir model önerilmiştir. Önerilen söz konusu model, çoklu indeks modellerinin uzantısıdır. FVFM, riziko ve getiri mantığından yola çıkarak portföy getirisini piyasa getirisi ile ilişkilendirirken; AFM finansal varlıkların arasında bir denge olduğu ve eğer denge fiyatlarından bir sapma olursa, arbitrajcıların alım satımlarla fiyatları hemen denge konumuna geri getireceğini öngörür¹³⁵.

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde Endeks modeller, FVFM ve Arbitraj Fiyatlandırma Modeli ayrıntılı olarak açıklanacaktır.

2.1 Endeks Modeller

Markowitz yaklaşımında yatırımcı çok sayıda menkul değerlerin standart sapması, beklenen getirisi ve bu menkul değerlerin aralarındaki kovaryansı hesaplamak zorundadır. Bu hesaplamalar sonucunda elde edeceği portföylerden oluşan yatırım seti içinden en yüksek getiri ve en düşük rizikoya sahip portföyler arasından etkin sınırı hesaplayarak en iyi yatırım seçeneğini bulmaya çalışacaktır. Eğer rizikosuz orandan borç alma ve verme olanağı varsa, riziko tercihlerini dikkate alarak pazar portföyü ile rizikosuz menkul değer seçeneklerine göre portföyünün yapısını oluşturmak durumundadır.

¹³⁴ Cihangir, Mehmet, ve Kandemir Tuğrul, “Finansal Kriz Dönemlerinde Hisse Senedi Getirilerini Etkileyen Makro Ekonomik Faktörlerin Arbitraj Fiyatlandırma Modeli’yle Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma: Kasım 2000 ve Şubat 2001 Finansal Krizleri Üzerine Değerlendirme ve Gözlemler” Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, C:15, S:1, 2010, ss. 259-260.

iibf.sdu.edu.tr/dergi/files/2010_1_14.pdf

İnternet Erişim Tarihi: 01.08.2010.

¹³⁵ Ross, A. Stephen, “The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing”, Journal of Economic Theory, Volume: 13, Issue:3, 1976, ss. 341-360.

<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WJ3-4CYG>

FRT-

1KR/2/6acb77fd1b1ddf1b4bbf54 cb6fd4d100

İnternet Erişim Tarihi: 12.07.2008.

Portföyü oluşturan menkul değer sayısı N adet olduğunda, hesaplanacak korelasyon sayısı $(N^2 - N)/2$ 'dir¹³⁶. 2010 yılı Temmuz ayı itibariyle İMKB'de işlem gören pay senedi sayısı 354'dür¹³⁷. Bütün bu pay senetleri arasında 62481 kovaryansın bilinmesi ve tahmin edilmesi oldukça güçtür. Yatırımcı açısından bu sorun karar vermeyi güçleştirmekte ve belirsizliği arttırmaktadır. Markowitz çeşitlendirmesinin büyük zaman ve maliyet unsurları taşıması nedeni ile ortaya çıkan sakınca, William Sharpe'ın Basit Endeks Modeli'yle giderilmeye çalışılmıştır¹³⁸.

Sharpe'ın basitleştirilmiş modeli, Markowitz'in portföy seçimine ilişkin görüşlerinin uygulanabilir bir hale gelmesi yolunda atılmış çok büyük bir adımdır. 1962 yılında Management Science dergisinde yayımlanmadan önce Ekonometri Topluluğunda yaptığı bir konuşmada Sharpe, kendi modeli'ni kullanarak seçilen etkin portföylerin, Markowitz'in modeli sayesinde geliştirilen portföylere çok benzediğini göstermiştir¹³⁹.

Piyasa Modeli adıyla da anılan bu model, menkul değerlerin getirileri ile bir endeks arasında doğrusal bir ilişki olduğu varsayımına dayanmaktadır. Bu endekse örnek olarak GSMH, İMKB Tüm veya İMKB-100 endeksi verilebilir. Bu modelin yaratıcısı olan Sharpe, Markowitz'e göre optimal portföyün elde edilebilmesi için her bir menkul değer beklenen getiri, varyans ve menkul değerler arasındaki kovaryanslarını bulmanın zor olduğunu görerek bu modeli basitleştirmiştir¹⁴⁰. Sharpe, geliştirdiği bu modelde tüm menkul değerlerle piyasa arasında doğrusal bir ilişki olduğunu ve bu ilişkinin basit doğrusal regresyon modeli'yle ifade edilebileceğini öne sürmüştür. Modelin diğer bir varsayımı da, menkul değer getirilerinin birbiriyle ilişkili oldukları varsayımıdır¹⁴¹. Endeks model, endeks olarak piyasa portföyü alındığında Piyasa Modeli olarak anılmaktadır. Piyasa portföyü tüm

¹³⁶ Ceylan ve Kormaz, Borsada... a.g.e., s.175.

¹³⁷ www.imkb.gov.tr İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2010.

¹³⁸ Ceylan ve Kormaz, Borsada... a.g.e., s.175.

¹³⁹ Benrstein, Peter L., Sermaye Üzerine Büyük Düşünceler Çağdaş Wall Street'in İnanılmaz Kökleri, İstanbul: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, No:66, 1997. s. 17.

¹⁴⁰ Üstünel, a.g.e., ss.14-15.

¹⁴¹ Sharpe, F., William, "A Simplified Model for Portfolio Analysis", Management Science, Volume:9, No: 2, Jan.,1963, ss. 277-293. <http://www.jstor.org/stable/2627407> İnternet Erişim Tarihi: 19.07.2008.

menkul değerlerin görelî piyasa değerlerine göre uygun şekilde ağırlandırılmalarıyla oluşmuş bir portföy olarak tanımlanabilir. Sadece pay senetleri ile ilgileniliyorsa piyasa portföyü olarak tüm pay senetlerini kapsayan borsa endeksleri kullanılabilir¹⁴².

Endeks Modeli, piyasa portföyü'ne göre oluşturulduğunda Denklem 2.1 ile ifade edilir¹⁴³;

$$R_i = a_i + \beta_i R_m \quad (2.1)$$

R_i : Menkul değerî getirisi

β_i : i menkul değerînin piyasa portföyünden bağımsız getirisi

R_m : Piyasa portföyünün getirisi

2.1 no'lu Denklemdede a_i olarak gösterilen ifade iki terimden oluşur. Bunlardan ilki a_i 'nin kendi beklenen değeri olan α_i terimidir, diğeri ise a_i teriminin rastgeleliğini veya belirsizliğini gösteren e_i ifadesidir. a_i ifadesi açılıp eşitlik yeniden yazılırsa 2.2 no'lu Denkleme ulaşılır¹⁴⁴.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_m + e_i \quad (2.2)$$

R_m ve e_i rastlantı değişkenleri olup, e_i 'nin beklenen değeri sıfırdır. Bu iki rastlantı değişkeninin standart sapmaları da sırasıyla σ_m ve σ_{e_i} olarak gösterilir. Yukarıda ki yazılanlar sadece bir menkul değerî var olduğu durum için geçerlidir. Birden fazla menkul değerî bir araya gelmesiyle oluşturulacak bir portföy için denklemlerin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Portföyün

¹⁴² Ceylan ve Korkmaz, Borsada...a.g.e., ss. 174-180.

¹⁴³ Cohen, J. Kalman, ve Pogue, A. Jerry, "An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio – Selection Models", Journal of Business, Volume: 40, Issue: 12, (Apr. 1967), s. 168.

<http://www.journals.uchicago.edu/cgi-bin/resolve?id=doi:10.1086/294954>

İnternet Erişim Tarihi: 20.07.2008.

¹⁴⁴ Cohen ve Pogue, a.g.e., s. 169.

piyasaya olan duyarlılığı β_p ile gösterilirken, bu ifade 2.3 no'lu Denklem yardımıyla gösterilebilir¹⁴⁵.

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n X_i \beta_i \quad (2.3)$$

X_i , i menkul değerinin portföy içindeki ağırlığını, n portföy içindeki menkul değer sayısını göstermektedir. Portföyün varyansı ve piyasa modeli için bilinmesi gerekli eşitlikler aşağıda sırasıyla verilmiştir¹⁴⁶.

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^n (X_i^2 \beta_i^2) \quad (2.4)$$

$$E[e_i(R_m - E(R_m))] = 0 \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.5)$$

$$E[e_j e_i] = 0 \quad j=1,2,\dots,n \quad i=1,2,\dots,n \quad \text{ve } i \neq j \quad (2.6)$$

$$E[R_m^2 - E(R_m)] = \sigma_m^2 \quad (2.7)$$

Endeks Modeli, Markowitz'in Portföy Kuramının zayıf yönlerinin aşılmasına önemli katkı yapmıştır. Bir portföyün etkin eğrisinin belirlenmesi için gerekli olan veri girişi, Endeks Modeli'nin kullanılmasıyla açık bir şekilde azaltılabilmektedir. Bu, maliyet ve zaman tasarrufu sağlamaktadır. Buna karşılık Endeks Modeli'nin kullanılmasında Markowitz modeli'ne karşılık bilgi kaybı ortaya çıkmaktadır. Bu bilgi kaybı sonucunda ortaya çıkan tam olmayan bilgiler gider indiriminin fiyatı olarak görülebilir¹⁴⁷.

Bu modelin dışında çoklu endeks modelleri de bulunmaktadır. Çoklu endeks modeller menkul değer getirilerinin yalnızca piyasa endeksine bağlı olmayıp daha başka değişkenlerin de etkisi altında olduğu kabul edilerek oluşturulan çoklu regresyon modelidir. Çoklu endeks modeller, Kovaryans çoklu endeks modeller ve köşegen çoklu endeks modeller olarak ikiye ayrılırlar¹⁴⁸.

¹⁴⁵ Cohen ve Pogue, a.g.e., s. 169.

¹⁴⁶ Cohen ve Pogue, a.g.e., s. 170.

¹⁴⁷ Fettahoğlu, a.g.e., s. 22.

¹⁴⁸ Uğuz, Murat, Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi, Mali ve Ekonomik Yayınlar, İstanbul: TÖBANK, 1990, S. 176.

2.2 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli 1960'larda Markowitz tarafından ortaya konan portföy teorisinin Sharpe¹⁴⁹ (1964), Lintner¹⁵⁰ (1965), Mossin¹⁵¹ (1966) ve Black (1972) tarafından birbirlerinden bağımsız olarak geliştirilmesiyle ortaya çıkan bir denge modelidir¹⁵².

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, bir yatırımın beklenen getiri oranının “rizikosuz faiz oranın, yatırımın sistematik rizikosunun ve pazar portföyünün bir fonksiyonu” olduğunu ifade eden bir eşitlik olarak tanımlanmaktadır¹⁵³. Buna göre menkul değerın rizikosu çeşitlendirme ile kısmen ortadan kaldırılabilmekte ve bu nedenle bir menkul değerın toplam rizikosu kâğıdın değerlendirilmesi için belirleyici olmamaktadır¹⁵⁴.

Varlık fiyatlamasının temelini oluşturan model, hem piyasada işlem gören varlıkların riziko ve getiri oranlarına ilişkin karşılaştırma imkânı sağlamakta hem de henüz piyasada işlem görmeye başlamamış olan varlıkların beklenen getirilerinin belirlenmesinde etkin olarak kullanılabilir¹⁵⁵.

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, finans kaynaklarında basit doğrusal regresyon modeli olarak tanımlanmaktadır¹⁵⁶. R_i 'nin herhangi bir menkul değerın getirisini, R_M pazar portföyünün getirisini, ε_i 'nin ise, işletmeye özgü rizikoların ortaya çıkardığı

¹⁴⁹ Sharpe, “Capital...”, ss. 425-442.

¹⁵⁰ Lintner, John, “Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification”, Journal of Finance, Vol: 20, No: 4, 1965, ss. 587-615. <http://www.jstor.org/stable/2232170>. İnternet Erişim Tarihi: 11.09.2007.

¹⁵¹ Mossin, Jan, “Equilibrium in a Capital Asset Market”, Econometrica, Vol:34, No. 4, 1966, ss. 768-783. <http://www.jstor.org/stable/1910098?origin=JSTOR-pdf> İnternet Erişim Tarihi: 11.09.2007.

¹⁵² LeRoy, Stephen F. ve Jan Werner, Principles of Financial Economics, UK: Cambridge University Press, 2001 s. 202.

¹⁵³ Keowon, A., J., ve Diğerleri, Financial Management: Principles And Applications, 10th Ed., New Jersey: Prentice Hall, 2005, s. 205.

¹⁵⁴ Fettahoğlu, a.g.e., s. 23.

¹⁵⁵ Wang, Shouyang ve Yusen Xia, Portfolio Selection And Asset Pricing, Verlag- Berlin-Heidelberg/Germany: Springer Publishing, 2002, s. 145.

¹⁵⁶ Alexander, Carol, Market Models: A Guide To Financial Data Analysis, Chicester: John Wiley & Sons Ltd., 2001, s. 230.

getiriyi ifade ettiği riziko-getiri oranı ilişkisi Denklem 2.8 ile ifade edilebilmektedir¹⁵⁷;

$$R_i = \alpha + \beta R_M + \varepsilon_i \quad t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, herhangi bir menkul değer beklenen getirisi ile riziko derecesi arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu ilişki genel olarak doğrusaldır. Bir menkul değer beklenen getirisinin o menkul değer sistematik rizikosu ile pozitif ilişkili ve herhangi bir menkul değerden beklenen riziko priminin de bütün piyasadan beklenen riziko primine doğru orantılı olması gerekmektedir¹⁵⁸. Hiçbir rasyonel yatırımcı aynı beklenen getiri düzeyinde daha yüksek rizikolu portföyü tercih etmeyecektir. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin sermaye piyasalarının işleyişi ve yatırımcıların davranışları ile ilgili birçok varsayımı vardır¹⁵⁹. Bunlar¹⁶⁰;

- Piyasada birçok sayıda alıcı ve satıcı vardır ve bunlardan hiçbirinin işlemleri piyasadaki fiyatları etkileyecek güçte değildir,
- Bütün yatırımcılar fayda fonksiyonlarını en çoklamak isterler ve rizikodan kaçınırlar. Aynı beklenen getiriye sahip iki yatırım seçeneği varsa yatırımcılar getirisinin varyansı küçük olan yatırım seçeneğini tercih edeceklerdir,
- İşlem maliyetleri ve vergiler yoktur,
- Yatırımcıların hepsi alternatif yatırımlarla ilgili bütün bilgilere sahiptir ve bu bilgilerin elde edilmesinin bir maliyeti yoktur,

¹⁵⁷ Alexander, a.g.e., s. 230.

¹⁵⁸ Roodposhti, Fraydon, Rahmanay, ve Amirhosseini, Zahra, "Revised Capital Asset Pricing Model: An Improved Model for Forecasting Risk and Return", Journal of Finance and Accountancy, s. 2. <http://www.aabri.com/manuscripts/09355.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 13.10.2007.

¹⁵⁹ Baştürk, Feride Hayırsever, F/K Oranı ve Firma Büyüklüğü Anomalilerinin Bir Arada Ele Alınarak Portföy Oluşturulması ve Bir Uygulama Örneği, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları No:1564, Açıköğretim Fakültesi Yayınları No:822, 2004, s. 78.

¹⁶⁰ Baştürk, a.g.e., s. 78.

- Yatırımcılar getirilerin beklenen değeri, standart sapması ve korelasyon yapısı konusunda tek dönemlik homojen beklentilere sahiptirler¹⁶¹,
- Bütün yatırımcılar için, yatırım dönemleri aynıdır ve menkul değerler aynı dönem süresince elde tutulmaktadır¹⁶²,
- Piyasada rizikosuz menkul değerler vardır. Rizikosuz menkul değerler üzerinden istenildiği kadar borç alma veya verme olanağı bulunmaktadır. Bütün yatırımcılar rizikosuz faiz oranından borç verebilmekte veya alabilmektedirler ve bireysel veya kurumsal yatırımcı için bu oran değişmemektedir¹⁶³,
- Yatırımcılar için kısa satış olanakları sınırsızdır¹⁶⁴,
- Yatırım yapılacak varlıklar sonsuz olarak bölünebilmektedir. Yani, her yatırımcı herhangi bir menkul değere istediği kadar küçük miktarda yatırım yapabilecektir¹⁶⁵,
- Bütün yatırımcılar yatırım kararlarını menkul değer getirilerinin olasılık dağılımına göre almaktadırlar. Bu olasılık dağılımının normal dağılıma yaklaştığı varsayılmaktadır¹⁶⁶.

Yukarıda bahsedilen ve bu noktada açıklanmasının faydalı olacağı düşünülen diğer kavram ise riziko primi kavramıdır. Başoğlu ve diğerleri'ne göre, "riziko primi" rizikonun piyasa fiyatıdır. Rizikodaki bir birim artış için ne kadar ek getiri istendiğini ya da rizikodaki bir birim azalma için ne kadar getiriden vazgeçildiğini gösterir. Riziko primi Sermaye Pazarı Doğrusunun eğimine eşittir¹⁶⁷.

Basitleştirici varsayımlar altında model sermaye piyasalarındaki dengenin doğası hakkında çok önemli çıkarımlar

¹⁶¹ Özçam, Mustafa, Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, 1997, s. 20.

¹⁶² Özçam, a.g.e., s. 20.

¹⁶³ Özçam, a.g.e., s. 20.

¹⁶⁴ Wang ve Xia, a.g.e., s. 147.

¹⁶⁵ Wang ve Xia, a.g.e., s. 147.

¹⁶⁶ Üstünel, a.g.e., s. 17.

¹⁶⁷ Başoğlu, Ufuk, Ali Ceylan ve İlker Parasız, Finans Teori, Kurum ve Araçlar, Bursa: Ekin Kitabevi, 2001, S. 236.

sağlamaktadır. Ayrıca basitleştirici varsayımların dikkate alınmadığı durumlarda da modelin sağladığı çıkarımlarda temel değişiklikler olmamaktadır¹⁶⁸. Yukarıda sayılan varsayımlar altında sermaye piyasalarındaki denge hakkındaki modelin çıkarımlarını aşağıdaki şekilde özetlemek mümkündür¹⁶⁹;

- Bütün yatırımcıların portföylerindeki rizikolu menkul değerlerin oranları piyasada işlem gören tüm pay senetlerini içine alan pazar portföyündeki oranlarla aynı olacaktır.
- Pazar portföyü (M) sadece etkin set üzerinde yer almakla kalmaz aynı zamanda tüm yatırımcılar tarafından belirlenen optimal sermaye dağıtım doğrusuna (Capital Allocation Line) da teğet geçer. Sonuç olarak, rizikosuz getiri oranından başlayarak pazar portföyüne doğru uzanan Sermaye Pazarı Doğrusu'da (Capital Market Line) aynı zamanda elde edilebilecek en iyi sermaye dağıtım doğrusudur. Bütün yatırımcılar, optimal rizikolu portföy olarak pazar portföyünü tercih edecekler, sadece her yatırımcının pazar portföyü ile rizikosuz menkul değerler arasındaki yatırım oranları farklı olacaktır. Pazar portföyünün riziko primi, pazar portföyünün rizikosu ve yatırımcının riziko üstlenme derecesi ile orantılı olacaktır¹⁷⁰. Pazar portföyünün beklenen getirisi Denklem 2.9 yardımıyla hesaplanabilir¹⁷¹:

$$E(r_M) - r_f = \bar{A}\sigma_M^2 * 0,01 \quad (2.9)$$

Burada, $E(r_M)$: Pazar portföyünün beklenen getirisi,
 r_f : Rizikosuz faiz oranı
 \bar{A} : Yatırımcılar arasında ortalama riziko alma derecesi
 σ_M^2 : Pazar portföyünün varyansı

¹⁶⁸ Bodie, Zvi, Alex Kane ve Alan J. Markus, Investments, 4. Baskı, Mc. Graw-Hill, International Editions, 1999, s. 252.; Konuralp, a.g.e., s. 272.

¹⁶⁹ Bodie, a.g.e., s. 252.; Konuralp, a.g.e., s. 272.

¹⁷⁰ Konuralp, a.g.e., s. 273.

¹⁷¹ Konuralp, a.g.e., s. 273.

$E(r_M) - r_f$: Pazar portföyünün riziko primini ifade etmektedir.

Denklemden yer alan 0,01 çarpanı getirilerin ondalık olarak değil de oransal olarak ölçülme gereğinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca, burada tanımlanan M tüm pay senetleri arasında etkin çeşitlendirilmiş optimal portföy olduğundan sistematik olmayan riziko ortadan kalkmıştır, dolayısıyla σ_M^2 sadece sistematik rizikoyla ifade etmektedir¹⁷².

Her bir pay senedinin riziko primi, pazar portföyünün riziko priminin ve pay senedinin beta katsayısı ile orantılı olacaktır. Beta katsayısı, pay senedi getirilerinin pazar portföyü getirileri ile hangi oranda beraber hareket ettiklerini ölçmektedir¹⁷³.

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, her bir pay senedi getirisi ile sistematik rizikonun ölçütü olan beta arasında doğrusal bir ilişkinin varlığını öngörmektedir¹⁷⁴. Bu noktada akla gelen ilk soru neden yatırımcıların karakter yapılarını dikkate almayan bir fiyatlama denkleminin ortaya konulmuş olduğudur. Hangi tipte olursa olsun yatırımcıların belirli bir getiriyi en düşük rizikoyla elde etmek isteğinde olmaları bu sorunun aslında en iyi cevabı olarak kabul edilmektedir¹⁷⁵.

Üzerinde oldukça fazla tartışmalar yaşanan FVFM, hem teoride hem de uygulamada kendine oldukça önemli bir yer edindiğini söylemek yanlış olmayacaktır. Modelin oldukça fazla ilgi görmesinin ve yoğun bir şekilde kullanılmasının nedeni aşağıda yer alan şekil yardımıyla özetlenebilmektedir. Buna göre model, yatırımcıların rizikosuz faiz oranını, pazar portföyünün riziko primini ve varlığın riziko primini aynı şekil üzerinde görebilmesine imkân tanımaktadır. Uygulamada, pazar portföyünün temsilcisi olarak genellikle piyasa endekslerinin kullanıldığı görülmektedir.

¹⁷² Konuralp, a.g.e., s. 273.

¹⁷³ D'Archy, P., Stephen, ve Dyer, A., Michael, "Ratemaking: A Financial Economics Approach", s. 322.

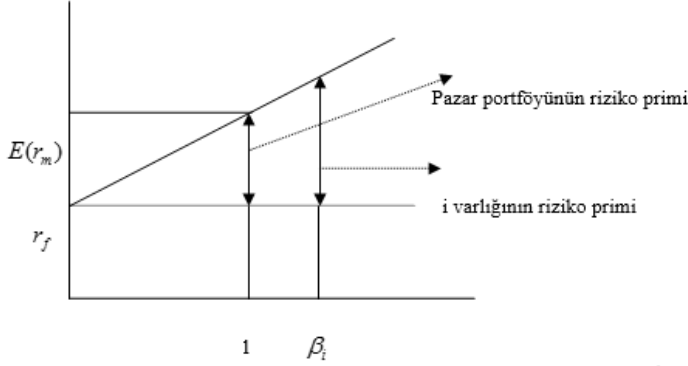
<http://casact.net/pubs/proceed/proceed97/97301.pdf>

İnternet Erişim Tarihi: 17.08.2008.

¹⁷⁴ Benninga, Simon, Financial Modeling, Massachusetts: MIT Press, 1997, s. 114.

¹⁷⁵ Eichberger, Jurgen ve Ian R. Harper, Financial Economics, Newyork: Great Britain, Oxford University Press Inc., 1997, s. 86.

Bu bağlamda, rizikosuz faiz oranları, piyasa endeks bilgilerine kolayca ulaşılabilmesi nedeniyle sistematik rizikonun ölçütü olan beta değeri kolayca hesaplanabilmektedir. Hesaplanan bu katsayı ise, pay senetleri arasında karşılaştırma yapma imkânı vermektedir¹⁷⁶.



Şekil 2.1 Varlıkların Beklenen Getirileri ve Beta Değerleri Arasındaki İlişki

Kaynak: Eichberger, Jurgen ve Ian R. Harper, Financial Economics, Great Britain, Oxford University, 1997, s. 86.

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin yapısı itibariyle sahip olduğu bu kolaylaştırıcı özellikler, hem akademik alanda yürütülen bilimsel çalışmalarda hem de yatırımcıların riziko-getiri analizlerinde oldukça yoğun olarak tercih edilmesinin temel nedeni olduğu düşünülmektedir.

2.2.1 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin Denklemine Türetilmesi

Varsayım gereği bütün yatırımcılar yatırım olanaklarının olabirliğini beklenen getiri ve varyansa göre değerlendirmektedirler. Bir yatırımcının A ve B pay senetleri gibi iki yatırım seçeneği varsa bu pay senetlerinin ikisine birden yatırım yapmaya karar verirse A ve B pay senetlerinden oluşan portföyün getirisi şu şekilde yazılabilir¹⁷⁷:

$$E(R) = X_i E(R_A) + (1 - X_i) E(R_B) \quad (2.10)$$

¹⁷⁶ Eichberger ve Harper, a.g.e., s. 86.

¹⁷⁷ Unvan, Hayal, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli ve Türkiye Üzerine Bir Deneme 1978-1986" Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayını, 1989, s. 5.

Burada,
 $E(R)$: A ve B pay senetlerinden oluşan portföyün beklenen getirisi,

$E(R_A)$: A pay senedinin beklenen getirisi

$E(R_B)$: B pay senedinin beklenen getirisi

X_i : Portföyün A pay senedine yatırılan kısmı

$(1 - X_i)$: Portföyün B pay senedine yatırılan kısmı

Bu portföyün getirisinin varyansı şu şekilde yazılabilir¹⁷⁸:

$$\sigma^2(R) = X_i^2 \sigma^2(R_A) + (1 - X_i)^2 \sigma^2(R_B) + 2\rho_{AB} X_i (1 - X_i) \sigma(R_A) \sigma(R_B) \quad (2.11)$$

Burada,

$\sigma^2(R)$: A ve B pay senetlerinden oluşan portföyün varyansını,

$\sigma^2(R_A)$: A pay senedinin getirisinin varyansını,

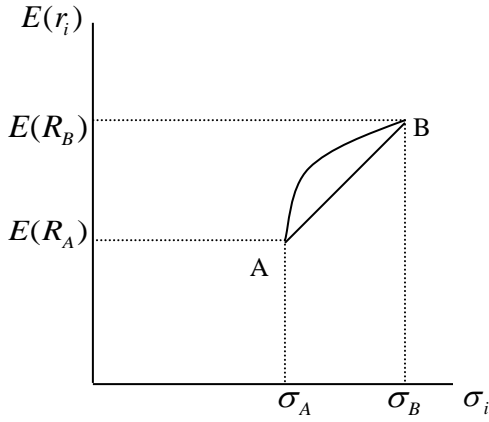
$\sigma^2(R_B)$: B pay senedinin getirisinin varyansını,

ρ_{AB} : A ve B pay senetlerinin beklenen getirileri arasındaki korelasyon katsayısını ifade etmektedir.

Bu portföyün beklenen getirisi, A ve B pay senetlerinin beklenen getirisi ile yatırımcının servetinin ne kadarını bu pay senetlerine yatırdığına bağlıdır. Diğer taraftan portföyün getirisinin varyansı A ve B pay senetlerinin getirilerinin varyansı, yatırım tutarı ve bu iki pay senedinin getirilerinin korelasyonundan etkilenmektedir. A ve B pay senetlerinin getirileri arasındaki farklı korelasyon katsayıları için farklı beklenen getiri ve getirinin standart sapması elde edilebilmektedir. Aşağıda yer alan şekilde A ve B pay senetleri bileşimlerinin riziko, $\sigma(R)$ ve getirisi, $E(R)$, verilmiştir¹⁷⁹:

¹⁷⁸ Unvan, a.g.e., s. 5.

¹⁷⁹ Unvan, a.g.e., s. 6.



Şekil 2.2 Beklenen Getiri Riziko Diyagramı

Kaynak: Unvan, Hayal, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli ve Türkiye Üzerine Bir Deneme 1978-1986, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayını, 1989, s. 6.

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli tüm yatırımcıların homojen beklentileri olduğundan riziko-getiri diyagramı ile değerlendirmeler yapmaktadır. Bu diyagramda etkin sınır ile rizikosuz varlık bir arada değerlendirmeye alınmaktadır. Rizikosuz oran hazine bonosunun faiz oranı olarak kabul edilmektedir. Markowitz modeli'nde yatırım seçenekleri yalnızca tüm rizikolu varlıklardan oluşmaktaydı. Bu modelde rizikolu varlıkların yanı sıra yatırım seçeneği olarak rizikosuz bir varlığa yatırım yapabilmek mümkündür. Rizikosuz oran'dan etkin sınıra teğet çizerek yatırım seçenekleri ortaya konulabilir. Yatırımcı tüm parasını rizikosuz varlıklara yatırır r_f kadar getiri elde ederken, tüm parasını rizikolu varlıklara yatırması durumunda r_m kadar getiri elde edecektir. Yatırımını kısmen rizikosuz varlıklara kısmen de rizikolu varlıklara yatırması durumunda getirisi r_f ile r_m arasında olacaktır. Eğer borçlanarak rizikolu varlıklara yatırım yaparsa getirisi r_m 'den ötede örneğin r_z 'de olacaktır. Bu şekilde M ile gösterilen portföy tüm rizikolu varlıkları temsil eden pazar portföyüdür. Elde edilen $r_f - MZ$ doğrusuna Sermaye Pazarı

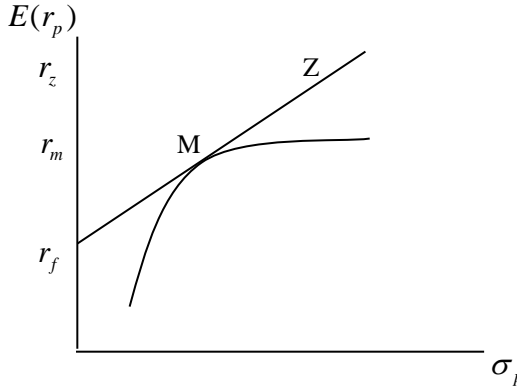
Doğrusu adı verilmektedir¹⁸⁰. Bu doğrunun Denklem 2.12 ile ifade edilebilmektedir¹⁸¹:

$$R_p = r_f + \left(\frac{R_M - r_f}{\sigma_M - 0} \right) \sigma_p \quad (2.12)$$

Burada,

- R_p : Portföyün beklenen getirisi
 r_f : Rizikosuz oran
 R_M : Pazar portföyünün beklenen getirisi
 σ_M : Pazar portföyünün standart sapması
 σ_p : Portföyün standart sapması

Bir başka ifadeyle, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin Ortalama - Varyans etkin yapıya sahip olduğu varsayımı modelin test edilebilir bir model olarak kullanılmasına imkân vermektedir. Bu da aslında Sermaye Pazarı Doğrusunu ifade etmektedir¹⁸².



Şekil 2.3 Sermaye Pazarı Doğrusu

Kaynak: Harrington, Diana R., Modern Portfolio Theory and Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide, Virginia: Prentice – Hall Inc., 1983, s. 13

¹⁸⁰ Karan, a.g.e., s. 197.

¹⁸¹ Karan, a.g.e., s. 197.

¹⁸² LeRoy ve Werner, a.g.e., s. 202.

Bu anlamda Sermaye Pazarı Doğrusunun modelin açıklanmasında önemli bir etkisi olduğunu söylenebilir. Bu nedenle aşağıda yer alan yaklaşımın Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin türetilmesinde kabul edilebilecek bir yaklaşım olduğu düşünülmektedir. X_i oranında i varlığına ve $(1 - X_i)$ oranında pazar portföyüne (m) yatırım yapılan bir p portföyü im eğrisi üzerinde yer alacaktır. Söz konusu portföyün eğri üzerindeki yeri X_i yatırım oranına göre farklılık göstermektedir. i pay senedinin aslında m pazar portföyü içinde de yer aldığı düşünüldüğünde eğrinin aşağıda yer alan şekildeki gibi im' olarak değişebildiği söylenebilir¹⁸³. Burada dikkat edilmesi gereken diğer bir husus ise im' 'nin de etkin sınıra m noktasında teğet olduğudur¹⁸⁴. X_i yatırım oranı değiştiğinde σ_p de Denklem 2.13 ve 2.14'de ifade edildiği gibi farklılaşmaktadır¹⁸⁵;

$$d\bar{r}_p / dX_i = \bar{r}_i - \bar{r}_m \quad (2.13)$$

$$d\bar{r}_p / dX_i = (X_i\sigma_i^2 - \sigma_m^2 + X_i\sigma_m^2 + \sigma_{im} - 2X_i\sigma_{im}) \quad (2.14)$$

Bu durumda \bar{r}_p 'de meydana gelen bir değişimin σ_p 'yi nasıl değiştirdiği Denklem 2.15 yardımıyla hesaplanabilmektedir¹⁸⁶.

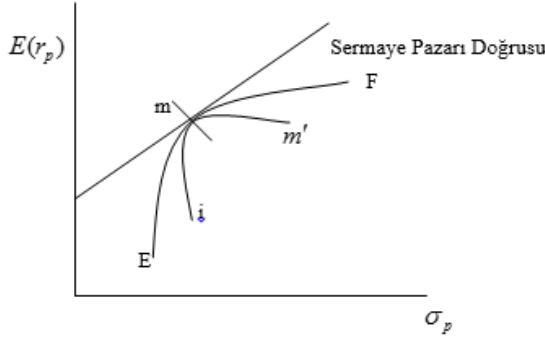
$$\frac{d\bar{r}_p}{d\sigma_p} = \frac{(r_i - r_m)\sigma_p}{X_i\sigma_i^2 - \sigma_m^2 + X_i\sigma_m^2 + \sigma_{im} - 2X_i\sigma_{im}} \quad (2.15)$$

¹⁸³ Alexander ve Francis, a.g.e., ss. 111.

¹⁸⁴ Alexander, Gorgon J., Jack Clark Francis, Portfolio Analysis, New Jersey: Prentice Hall College, Div; 3rd edition, 1986, s. 111.

¹⁸⁵ Alexander, Port..., a.g.e., s. 111.

¹⁸⁶ Alexander ve Francis, a.g.e., s. 112.



Şekil 2.4 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modelinde Denklem Türetilmesi

Kaynak: Alexander, Gorgon J., Jack Clark Francis, "Portfolio Analysis", Prentice Hall College Div; 3rd edition, 1986, s. 112.

Yukarıda yer alan denklem m eğrisinin eğimini ifade etmektedir. Bu bağlamda, $x_i = 0$ olması durumunda eğim katsayısı $(\bar{r}_i - \bar{r}_m)\sigma_m / \sigma_{im} - \sigma_m^2$ olarak ifade edilebilmektedir. Bu aynı zamanda $X_i = 0$ olması durumunda m noktasındaki eğiminin Sermaye Pazarı Doğrusunun eğimine eşit olması anlamına gelmektedir. Sermaye Pazarı Doğrusunun eğimi $(\bar{r}_m - r_f)\sigma_m$ olarak ifade edilmektedir¹⁸⁷.

2.2.2 Ayırım Teoremi

Yatırımcılar rizikosuz faiz oranı üzerinden borç alıp verebilmektedirler. Bu varsayım altında optimum portföy, rizikosuz getiri ile optimum portföyü birleştiren doğrunun eğimini en yükseğe çıkaran portföy olmaktadır. Rizikosuz faiz oranı olması durumunda optimum portföy yatırımcıların tercihine bağlı olmamaktadır. Yatırımcıların riziko ve getiri arasındaki tercih yapıları ne olursa olsun, aynı beklentiler altında aynı optimum portföyü seçeceklerdir. Yatırımcıların tercihleri bu seçimden sonra olmaktadır. Yatırımcılar rizikolu varlıkla, rizikosuz varlığın en uygun karışımını bularak kendi tatmin düzeylerini en yükseğe çıkaracaklardır¹⁸⁸. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin bu yönü ayırım teorisi olarak sunulmaktadır.

¹⁸⁷ Alexander ve Francis, a.g.e., s. 113.

¹⁸⁸ Yörük, a.g.e., s. 32.

Bir başka ifadeyle ayırım teoremine göre, yatırımcıların rizikolu varlıklardan oluşan optimal yatırım bileşeni, farksızlık eğrileri dikkate alınmadan belirlenebilmektedir. Bu durum, yatırımcıların tercih ettikleri portföyler farklı olsa bile aynı rizikolu varlık bileşimlerine yatırım yapmaları anlamına gelmektedir¹⁸⁹.

Bu bağlamda, bütün yatırımcıların aynı portföye yatırım yapacaklarının, ancak söz konusu portföyü oluştururken kullandıkları finansman kaynaklarının farklılık gösterebildiğinin, ayırım teoreminde vurgulanan ana tema olduğunu söylemek yanlış olmayacaktır¹⁹⁰.

2.2.3 Pazar Portföyü

Ayırım teoremine göre tüm yatırımcılar aynı rizikolu varlıkları içeren portföye yatırım yapmaktadırlar. Bu, yatırım yapılan söz konusu portföyün tüm rizikolu varlıkları içermesi anlamına gelmektedir. Eğer bir rizikolu varlık söz konusu portföy içinde yer almıyorsa hiçbir yatırımcı o varlığa yatırım yapmayacak dolayısıyla pazar etkin olmayacaktır. Bu nedenle yatırımcıların, rizikolu varlıkların tamamını içeren portföyleri pazar portföyü olarak tanımlanmaktadır¹⁹¹.

Yatırımcıların, rasyonel davrandıkları ve beklenen getiri oranı, standart sapma ve rizikolu varlıklar arasındaki korelasyona yönelik beklentilerinin ortak olduğu bu nedenle aynı oranlarda rizikolu varlıklara yatırım yapacakları varsayımları altında pazarın etkin olabilmesi için her bir yatırımcının tüm rizikolu varlıklara portföylerinde yer vermeleri gerekmektedir. Tüm rizikolu varlıkları içeren portföy ise pazar portföyü olarak adlandırılmaktadır¹⁹².

Yatırımcılar toplam yatırımları içinde bu portföyün payının ne kadar olacağını belirlemek için ise portföyün rizikosuna

¹⁸⁹ Sharpe, Alexander ve Bailey, a.g.e., s. 263.

¹⁹⁰ Sharpe, Alexander ve Bailey, a.g.e., s. 263.

¹⁹¹ Alexander ve Francis, a.g.e., ss. 109 -110.

¹⁹² Bodie, Zvi, Metron, Robert, Finance, New Jersey: Prentice Hall, 1999, s. 344.

odaklanmaktadır¹⁹³. Pazar portföyünün varyansı Denklem 2.16 ile hesaplanmaktadır¹⁹⁴:

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2.16)$$

Burada;

σ_M^2 : Pazar portföyünün varyansını,

X_i : i varlığının portföy içindeki ağırlığını,

X_j : j varlığının portföy içindeki ağırlığını,

σ_{ij} : i ve j varlıkları arasındaki kovaryans değerini temsil etmektedir.

M portföyü tüm yatırımcılar açısından optimal pazar portföyü olduğuna göre yatırımcıların bir dizi bilimsel analiz yaparak etkin portföyü aramaları yerine yalnız M portföyüne yatırım yapmalarının yeterli olabileceği sonucuna ulaşılabilmektedir. Gerçekte pazar endeksine yatırım yaparak oluşturulacak pasif yatırım stratejisi FVFM'ne göre etkin bir yatırım olmaktadır¹⁹⁵.

Pazar portföyünün işlem gören tüm rizikolu varlıkları içermesi gerekmektedir. Yapılan uygulamalarda genellikle farklı endekslerin pazar portföyünün temsilcisi olarak kullanıldığı görülmektedir. Örneğin, Dow Jones 30 endeksi, SP 500 endeksi ya da İMKB 100 endeksi pazar portföyünün temsilcisi olarak kullanılabilir¹⁹⁶.

2.2.4 Pazar Modeli

Pazar Modeli, portföy modeli'nin basitleştirilmesi amacıyla Sharpe tarafından 1963 yılında geliştirilmiştir. Sharpe'in geliştirdiği Pazar Modeli'nin hareket noktasını pay senetlerinin pazar portföyü ile doğrusal bir ilişki içinde olduğu varsayımı oluşturmaktadır. Sharpe'in varsayımına göre piyasada işlem gören

¹⁹³ Altay, Erdinç, Sermaye Piyasası'nda Varlık Fiyatlama Modelleri, İstanbul: Derin Yayınları, 2004, ss. 80-81.

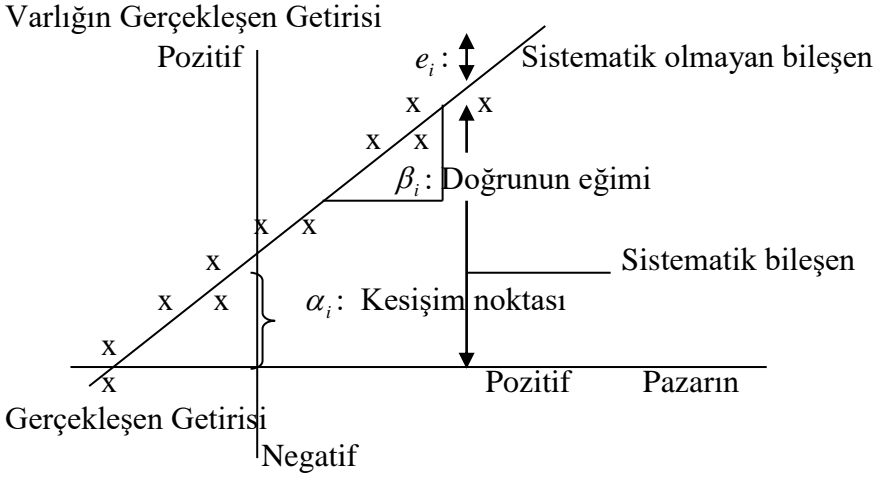
¹⁹⁴ Altay, a.g.e., ss. 80-81.

¹⁹⁵ Karan, a.g.e., s. 198.

¹⁹⁶ Alexander, a.g.e., s. 231.

tüm pay senetlerini etkisi altına alabilen tek faktör pazarın getiri oranı olmaktadır¹⁹⁷.

Buna göre Pazar Modeli bir tek faktör modelidir. Ancak bu durumun tersi her zaman için geçerli olmayabilmektedir. Bir başka ifadeyle, tek faktör modellerinin tümünün Pazar Modeli olarak tanımlanmaması gerekmektedir. Pazar Modeli, tek faktör modellerinin sadece bir türünü oluşturmaktadır¹⁹⁸. Sharpe'ın Pazar Modeli aşağıda yer alan şekil yardımıyla ifade edilebilmektedir:



Şekil 2.5 : Pazar Modeli

Kaynak: Pilbeam, Keith, Finance and Financial Markets, Malaysia: Macmillan Press, 1998, s. 147.

Pazar Modeli aşağıda yer alan denklemlerle ifade edilmektedir¹⁹⁹.

$$\tilde{R}_{it} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{mt} + \tilde{e}_{it} \quad (2.17)$$

Bir varlığın beklenen getirisi,

¹⁹⁷ Pilbeam, Keith, Finance and Financial Markets, Malaysia: Macmillan Press, 1998, s. 146.

¹⁹⁸ Sharpiro, Alex, Foundations of Finance: The Capital Asset Pricing Model, ss. 11-16. <http://pages.stern.nyu.edu/~ashapiro/courses/B01.231103/FFL09.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 26.08.2008.

¹⁹⁹ Elton ve Gruber, a.g.e., s. 342.

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_M) \quad (2.18)$$

Diğer bir ifadeyle,

$$E(r_i) - \alpha_i - \beta_i E(R_M) = 0 \quad (2.19)$$

Denklem 2.19'un Denklem 2.17'nin sağ tarafına eklenmesi ve yeniden düzenlenmesiyle aşağıda yer alan denklem elde edilir²⁰⁰

$$\tilde{R}_{it} = E(r_i) + \beta_i [R_{mt} - E(R_M)] + \tilde{e}_{it} \quad (2.20)$$

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin temel gösterimi²⁰¹,

$$E(R_i) = r_f + \beta_i [E(R_M) - r_f] \quad (2.21)$$

$E(R_i)$ 'nin denklemde yerine konması ile Denklem 2.22 elde edilmektedir²⁰²;

$$\tilde{R}_{it} = r_f + \beta_i [\tilde{R}_{mt} - r_f] + \tilde{e}_{it} \quad (2.22)$$

Burada, hata terimi, Pazar Modeli tarafından açıklanamayan getiriyi ifade etmektedir. Pazar Modeli, getiri oranı ile beklenen getiri oranı arasındaki farkın hata teriminin etkisi sonucu ortaya çıktığını ileri sürmektedir. Hata teriminin olası sonuçlarının ortalama değerlerinin toplamı sıfır olarak değerlendirilebilmektedir²⁰³.

2.2.5 Endeks Modeli, Pazar Modeli ve Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli Arasındaki İlişki

Aralarında çok yakın ilişki bulunan Endeks Modeli, Pazar Modeli ve Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli birlikte değerlendirilmesi durumunda bazı temel farklı yaklaşımlar ortaya konulabilir. Bu nedenle, söz konusu modellerin birbirleriyle

²⁰⁰ Elton ve Gruber, a.g.e., s. 342.

²⁰¹ Elton ve Gruber, a.g.e., s. 343.

²⁰² Elton ve Gruber, a.g.e., s. 343.

²⁰³ Sharpe, Alexander ve Bailey, a.g.e., ss. 208-209.

karşılaştırılarak açıklanmasında yarar görülmektedir. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, beklentilere dayanarak matematiksel bir anlatım oluşturmaktadır. Denklemden yer alan tüm değişkenler geleceğe ilişkin beklentileri ifade etmektedir. Ancak, modelin uygulanmasında, beklentilere ilişkin veri gruplarının bulunmaması nedeniyle gerçekleşen verilerin analizlerde kullanıldığı gözlemlenmektedir. Bu durumda, gerçekleşen verilerin beklentilere dayanarak oluşturulan bir modelde kullanılmasının doğru olup olmadığı konusu gündeme gelmektedir. Uygulamadaki bu eğilim araştırmacılar tarafından iki farklı bakış açısıyla savunulmaktadır. Bunlardan birincisi, beklentilere ilişkin verilerin ortalama olarak verilere eşit olduğu ve bu nedenle uzun dönemde verilerin beklentilere ilişkin veriler yerine kullanılabileceği düşüncesidir²⁰⁴. Diğer bir düşünce ise bir önceki bölümde açıklanan Pazar Modeli'dir.

Pazar Modeli ve Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli arasında belirgin farklar bulunmaktadır. Bunlar²⁰⁵;

- Pazar Modeli bir faktör modelidir ve faktörün piyasa endeksi olduğu tek faktör modelidir,
- Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin aksine Pazar Modeli menkul değerlerin fiyatlarının nasıl belirlendiğini açıklayan bir denge modeli değildir.

Söz konusu modeller birbirinden bağımsız farklı modeller olmasına karşın iki model arasında çok yakın bir ilişki bulunmaktadır. Pazar Modeli kullanılarak hesaplanan β_i değeri ile Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli ile hesaplanan beta değerlerinin değer olarak birbirine çok yakın olması Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin geçerli olduğu varsayımı altında β_i 'nin hesaplanmasında Pazar Modeli'nin kullanılmasının bir sakınca göstermediği düşünülmektedir. Ancak r_f ve r_m arasında korelasyonun varlığı durumunda, Finansal Varlık Fiyatlandırma

²⁰⁴ Elton, Edwin J. ve Martin J. Gruber, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, New York: John Wiley & Sons Inc., 1995, s. 342.

²⁰⁵ Karan, a.g.e., s. 214.

Modeli yerine pazar portföyünün kullanılmasının β_i değerinin yanlış hesaplanmasına neden olabileceği unutulmamalıdır²⁰⁶.

2.2.6 Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde Beta Katsayısı

Hemen hemen bütün menkul değerler finansal pazarlardaki değişimlere farklı tepkiler vermekte ve dolayısıyla farklı oranlarda pazar rizikosunu bünyelerinde barındırmaktadırlar. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli, pazar rizikosunu basit bir şekilde beta katsayısı “ β ” ile ifade etmektedir. Buna göre i varlığının beta değeri, pazarla olan korelasyonu ile varlığın standart sapmasının çarpılması sonucu elde edilen değer pazarın standart sapmasına bölünmesiyle elde edilmektedir. Pazar portföyünün beta değeri ise pazarın kendisi olan korelasyonunu içerdiği için her zaman 1'e eşit olmaktadır²⁰⁷.

Pazar portföyü içinde olan bir varlığın portföy rizikosuna olan katkısı o varlığın getiri oranının pazar portföyünün getiri oranı ile kovaryansı ölçüsünde olmaktadır. Dolayısıyla bir varlığın pazar portföyü ile kovaryansı ne kadar büyükse portföyün rizikosuna katkısı da o ölçüde büyük olmaktadır. Bu nedenle bir varlığın toplam rizikosu (standart sapması ya da varyansı) büyük olsa da pazar portföyü ile kovaryansı küçük olduğu sürece portföy rizikosuna olan katkısı düşük olacak ve o yatırımcı için geçerli riziko ölçüsünün temelinde varlığın toplam rizikosu değil pazar portföyü ile kovaryansı (σ_{im}) diğer bir ifadeyle sistematik rizikosu bulunmaktadır. Bu nedenle i varlığının rizikosunun gerçek boyutta ne olduğunun bulunması için pazar portföyünün rizikosunun i varlığının pazar portföyü içindeki ağırlığına (X_i) göre türevi alınmaktadır²⁰⁸. Pazar portföyünün rizikosunun X_i 'ye göre türevi, i varlığının payının artırılması durumunda pazar portföyünün rizikosundaki değişimi vermektedir ve şu şekilde hesaplanır²⁰⁹:

²⁰⁶ Alexander ve Francis, a.g.e., s. 117.

²⁰⁷ Gallinger, George W. ve Jerry B. Poe, Essentials of Finance: An Integrated Approach, New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995, s. 170.

²⁰⁸ Altay, a.g.e., s. 81.

²⁰⁹ Altay, a.g.e., s. 81.

$$\frac{\partial \sigma_m^2}{\partial X_i} = \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n X_i X_j \sigma_{ik} \right]}{\partial X_i} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \sigma_m^2}{\partial X_i} = \frac{\left[2 \sum_{j=1}^N X_j \sigma_{ij} \right]}{\sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij}} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \sigma_m^2}{\partial X_i} = \frac{\sum_{j=1}^N X_j \sigma_{ij}}{\sigma_m^2} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \sigma_m^2}{\partial X_i} = \frac{\sigma_i}{\sigma_m^2} \quad (2.26)$$

Burada;

- σ_M^2 : Pazar portföyünün varyansı
 X_i : i varlığının portföy içindeki ağırlığı
 X_j : j varlığının portföy içindeki ağırlığı
 σ_{ij} : i ve j varlıklarının getiri oranının kovaryansını ifade etmektedir.

Beta değeri, pay senetlerinin pazar portföyüne olan duyarlılıklarını ölçmektedir. Beta değerinin “0” olması pazar portföyünün söz konusu pay senedi üzerinde herhangi bir etkisi olmadığına işaret etmektedir. Beta değerinin “1” den farklı olması ise, pazar portföyünde gerçekleşen bir değişimin pay senetlerine daha farklı yansıtacağını göstermektedir. Sistemik olmayan rizikonun çeşitlendirme ile yok edilebildiği dikkate alındığında, beta katsayısının pazar rizikosunun bir ölçütü olduğu sonucuna ulaşılabilmektedir. Bu nedenle, beta değeri 1’den küçük olan pay senetleri düşük rizikolu, 1’den büyük olan pay senetleri ise yüksek rizikolu varlıklar olarak tanımlanmaktadır²¹⁰.

²¹⁰ McClure, Ben, “Beta: Know The Risk”, s.1.

http://www.investopedia.com/articles/stocks/04/1130_04.asp
 İnternet Erişim Tarihi: 15.10.2008.

Beta katsayısının hesaplanması, pazar portföyünün ve rizikosuz faiz oranının tanımlamasına bağlı olarak farklılaşabilmektedir. Aslında, analizlerde kullanılan pazar portföyünün işlem gören tüm rizikolu varlıkları içermesi gerekmektedir. Ancak, uygulamada genellikle farklı endekslerin pazar portföyünün temsilcisi olarak kullanıldığı görülmektedir. Örneğin, pazar portföyünün temsilcisi olarak DJ 30 endeksinin kullanılmasıyla hesaplanan beta değerleri ile SP 500 endeksinin kullanıldığı bir çalışmada hesaplanan beta değerleri birbirinden farklı sonuçlar verebilmektedir²¹¹.

Beta katsayılarının hesaplanmasında pratikte uygulanan yöntem geçmişteki verileri kullanarak gelecekteki beta değerlerinin tahmin edilmesidir. Bununla birlikte, verilen bir menkul değer getiri oranları ile piyasa portföyünün getiri oranları arasındaki tarihi ilişkinin gelecekte farklı olabileceği düşünülmeli ve gözlemlenmiş geçmişteki ilişkilerin benzer değişikliklere ışık tutmak için düzenlenebileceği unutulmamalıdır²¹². Bir menkul değer betası tarihi verilerin temel alınmasıyla Denklem 2.27'deki regresyon eşitliği kullanılarak tahmin edilebilmektedir²¹³:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e_{it} \quad (2.27)$$

R_i : t yılında i menkul değerinin getiri oranı

α_i : i menkul değerinin y eksenini kestiği

noktanın tahmini

β_i : i menkul değerinin tahmin edilen betası

(Doğrunun eğimi)

R_M : t yılında pazar portföyünün getiri oranı

e_{it} : Tesadüfi hata terimi

Beta hesaplamalarında da zaman zaman hatalarla karşılaşılabilir. Söz konusu tahmin hatalarıyla özellikle yatay kesit analizlerinde karşılaşılabilir. İlk hesaplama döneminde yapılan hesaplamalar gerçek betanın tahminine ilişkindir. Ancak, sonuçta yapılan bu hesaplamalar birer tahmindir

²¹¹ Alexander, a.g.e., s. 231

²¹² Baştürk, a.g.e., s. 70.

²¹³ Baştürk, a.g.e., s. 70.

ve yanlış olmadığı düşünülse bile oluşabilecek olası bir örneklem hatası bile ikinci beta hesaplama döneminde beta değerlerinin yanlış hesaplanmasına neden olabilmektedir²¹⁴.

2.2.7 Menkul Değer Doğrusu

Sermaye Pazarı Doğrusu etkin portföyler için standart sapma ile beklenen getiri oranı arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktadır. Buna göre, bir pay senedinin tek başına hiçbir zaman etkin portföyü oluşturamayacağı düşünüldüğünde tüm pay senetleri tek başına söz konusu doğrunun altında yer alacaklardır. Bu durum ise, pay senetlerinin standart sapmaları (toplam riziko) ve beklenen getiri oranları arasındaki ilişki ile ilgilenmeyen Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli açısından herhangi bir anlam taşımamaktadır²¹⁵.

Mükemmel derecede çeşitlendirilmiş olan bir portföyde sistematik riziko toplam rizikoya eşit olmaktadır. Ancak, etkin olmayan portföyler ve tek bir pay senedi için toplam riziko beklenen getiri hesaplamalarında kullanılabilen bir ölçüt olma özelliğini kaybetmektedir. Etkin olmayan portföyler tam anlamıyla çeşitlendirilemediği için bünyesinde hem sistematik hem de sistematik olmayan riziko unsurlarını barındırmaktadır. Sistematik olmayan riziko unsurları çeşitlendirme yoluyla yok edilebildiği için yalnızca sistematik riziko bileşeni pazar tarafından dikkate alınmakta ve fiyatlandırılmaktadır. Dolayısıyla, bu durumda rizikonun ölçütü olarak standart sapma yerine sistematik rizikonun ölçütü olan beta değerinin kullanımı gündeme gelmektedir²¹⁶.

Bu bağlamda, Sermaye Pazarı Doğrusu ile Menkul Değer Doğrusu arasındaki farklılıklar aşağıdaki gibi maddeler halinde özetlenebilmektedir²¹⁷;

- Sermaye Pazarı Doğrusu'nun riziko ölçüsü standart sapma olup toplam rizikonun ölçütüdür. Menkul Değer

²¹⁴ Elton ve Gruber, a.g.e., s. 347.

²¹⁵ Sharpe, Alexander ve Bailey, a.g.e., s. 268.

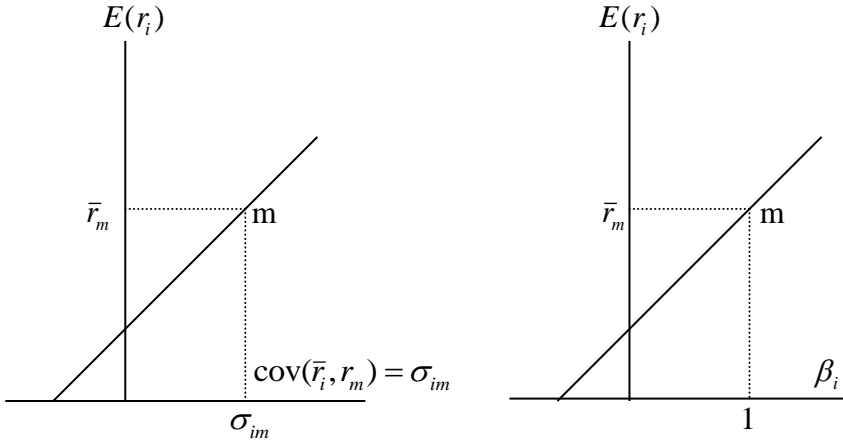
²¹⁶ Pilbeam, a.g.e., ss. 156-157.

²¹⁷ Kolb, Robert W., Ricardo J. Rodriguez, Adam E. Carlin, Çeviren: Ali İhsan Karacan, Finansal Yönetim, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, 1996, s. 249.

Doğrusu'nun riziko ölçütü beta olup sistematik rizikonun ölçütüdür.

- Denge, menkul değerler Sermaye Pazarı Doğrusu altında dağılmışken yalnızca bütünüyle çeşitlendirilmiş portföyler Sermaye Pazarı Doğrusu altında yer almaktadır. Menkul Değer Doğrusu için bütün menkul değerler ve bütün portföyler tam olarak Menkul Değer Doğrusu üzerinde yer almaktadır.

Söz konusu iki yaklaşım arasındaki farklılık Şekil 2.6 yardımıyla ifade edilebilmektedir²¹⁸.



Şekil 2.6 σ_{im} ve β_i Değerleri Arasındaki İlişki

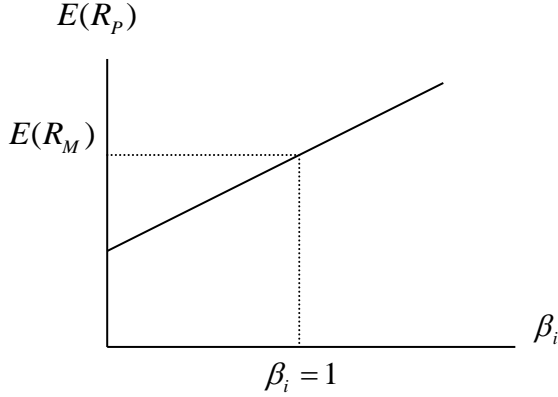
Kaynak: Alexander, Gorgon J., Jack Clark Francis, "Portfolio Analysis", Prentice Hall College Div; 3rd edition, 1986, s. 113.

Görüldüğü üzere her iki şekilde de riziko farklı ölçütlerle ifade edilmektedir. Burada, beta değerleri birden küçük olan pay senetlerinin korumacı, beta değerleri birden büyük olan pay senetlerinin ise saldırgan pay senetleri olarak tanımlandığı görülmektedir. Buna paralel olarak pazarın varyansından büyük olan pay senetleri saldırgan, küçük olanlar ise korumacı olarak tanımlanmaktadır. Daha önce de değinildiği gibi, Menkul Değer Doğrusu, piyasadaki her bir menkul değer için, sistematik rizikosuna uygun olarak, beklenen getirisinin ne olması gerektiğini

²¹⁸ Alexander ve Francis, a.g.e., s. 113.

ifade eder. Yani, Menkul Değer doğrusu, bir menkul değer veya portföy için, beklenen getiri ile sistematik riziko arasındaki doğrusal ilişkiyi gösterir²¹⁹.

Menkul Değer Doğrusu Şekil 2.7 yardımı ile gösterilmektedir²²⁰:



Şekil 2.7 Menkul Değer Doğrusu

Kaynak: Üstünel, İbrahim Engin, Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması, Ankara: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2000, s. 17.

Bu yaklaşım, menkul değerlere yatırım yapan yatırımcıların beta olarak adlandırılan sistematik riziko kadar ödüllendirildiğini varsaymaktadır²²¹. Beta, söz konusu menkul değer pazar portföyünden kaynaklanan sistematik rizikonun kaç katını içerdiğini ifade etmektedir. Pazar portföyünün Beta değeri 1 (Bir)'dir. Aynı şekilde Beta değeri 1'i gösteren her bir menkul değer, pazar portföyü gibi aynı sistematik riziko altındadır. Buna karşılık, pazar portföyüyle karşılaştırıldığında daha yüksek (daha düşük) Beta değerli pay senetleri, daha yüksek (daha düşük) sistematik riziko taşımaktadır ve bu nedenle daha yüksek (daha düşük) getiriye sahiptir²²².

²¹⁹ Başoğlu ve diğerleri, a.g.e., s. 236.

²²⁰ Üstünel, a.g.e., s. 17.

²²¹ Arman, Tefik T., Risk Analizine Giriş, İstanbul: Alfa Kitabevi, 1997, s. 126.

²²² Fettahoğlu, a.g.e., s. 34.

Bu bağlamda, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde bir menkul değer getirisinin temelde üç bileşeni bulunduğu söylenebilir. Bunlar²²³:

- Rizikosuz faiz oranı ile ifade edilen zamanın fiyatı (yatırımcıların tüketimlerini ertelemeleri nedeniyle elde etmeyi bekledikleri kazanç oranı),
- Bir menkul değer beta katsayısı ile ölçülen riziko düzeyi,
- Menkul Değer Doğrusunun $\left(\frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_m}\right)$ eğimi ile ölçülen rizikonun pazar fiyatıdır.

Menkul Değer Doğrusu Denklem 2.28 yardımıyla ifade edilebilmektedir²²⁴:

$$E(R_i) - r_f = \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_m} \rho_{im} \sigma_i \quad (2.28)$$

Dikkatle bakıldığında eşitliğin sol tarafının Sermaye Pazarı Doğrusu ile paralellik gösterdiği görülmektedir. Eşitliğin sağ tarafı ise rizikonun fiyatını ifade etmektedir²²⁵. Bu bağlamda Menkul Değer Doğrusu ile Sermaye Pazarı Doğrusu'nun sadece rizikoyu ölçmede kullandığı ölçüt bakımından farklılık gösterdiği görülmektedir. Korelasyon katsayısı $(Cov(R_i, R_m) / \sigma_i \sigma_m)$ olarak ifade edildiğine göre Menkul Değer Doğrusu Denklem 2.29'da ki gibi yazılabilmektedir²²⁶:

$$E(R_i) - r_f = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma_m^2} [E(R_M) - r_f] \quad (2.29)$$

Eşitliğin sağ tarafında yer alan²²⁷:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma_M^2} \quad (2.30)$$

²²³ Pilbeam, a.g.e., s. 157.

²²⁴ Farrell, James L. Jr., Guide To Portfolio Management, New York: McGraw-Hill Book Company, 1983, S. 66.

²²⁵ Farrell, a.g.e., s. 66.

²²⁶ Farrell, a.g.e., s. 66.

²²⁷ Farrell, a.g.e., s. 66.

ifadesi beta olarak tanımlanabilir. Bu bağlamda Denklem 2.29 yeniden düzenlenecek olursa Denklem 2.31'e ulaşılmış olunacaktır²²⁸.

$$E(R_i) = r_f + \beta_i [E(R_M) - r_f] \quad (2.31)$$

Yukarıda $(R_M - r_f)$ olarak gösterilen ve pazar rizikosunu karşılamak için yatırımcıların rizikosuz getiri oranına eklediği bu tutar düzeltme faktörü olarak ifade edilebilmektedir. Menkul Değer Doğrusu yaklaşımı ile riziko düzeltme faktörü ve varlığın istenen verimi ölçülebilmekte, bir başka ifadeyle riziko verim ilişkisi rakamsallaştırılabilmektedir. Menkul Değer Doğrusu ile birlikte bu iki yaklaşımın da kullanılması konusunda geçerli nedenler vardır²²⁹. Bu nedenler aşağıdaki gibi sıralanabilir²³⁰:

- Bazı araştırma sonuçlarına göre standart sapmanın bir varlığın istenen verimini etkilediği belirlenmiştir,
- Yine uygulamalı çalışmalarla riziko-verim arasındaki pozitif ilişkiyi belirten Menkul Değer Doğrusunun farklı olduğu ortaya çıkarılmıştır,
- Rizikosuz verim oranı beklenen enflasyon oranına bağlı olarak artabilir veya azalabilir. Ancak enflasyon oranı pazar ve rizikoların verim oranlarında aynı oranda bir artışa neden olursa pazar riziko düzeltme faktörü değişmemektedir,
- Bir menkul değer için beta, ilgili endüstri kolu karakteristikleri ile yönetim politikalarının pazar verimlerindeki değişmelere bağlı olarak dalgalandığını saptamaktadır.

Menkul Değer Doğrusunun, Sermaye Pazarı Doğrusundan farklı olarak beklenen getiri ile sistematik rizikonun ölçütü olan beta arasındaki ilişkiyi ortaya koyması nedeniyle Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde oldukça önemli bir yere sahip olduğu düşünülmektedir.

²²⁸ Farrell, a.g.e., s. 66.

²²⁹ Türko, R. Metin, Finansal Yönetim 1, Erzurum: Atatürk Üniversitesi Yayınları, 1994, ss. 44-45.

²³⁰ Türko, a.g.e., ss. 44-45.

2.3 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli

Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin bütün sürümleri temelde Ortalama - Varyans analizine dayanmakta ve yatırımcıların beklenen getiri ve varyansa göre verecekleri kararların optimal olduklarını varsaymaktadır. Ross ise bu modelden yola çıkarak finans kaynaklarının köşe taşlarından biri olan çalışmasıyla, sermaye varlıklarının fiyatlamasına yönelik Arbitraj Fiyatlandırma Modeli adında yeni bir model önermiştir²³¹.

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, bazı araştırmacıların Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nde gözlemedikleri eksikliklerin giderilebilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu eksiklikleri bir örnek yardımıyla açıklamak gerekirse; A sektöründe işlem gören düşük beta değerine sahip pay senetlerinin bir grup altında, B sektöründe işlem gören yüksek beta değerine sahip pay senetlerinin ise bir başka grup altında sınıflandırıldığını ve bu iki grup pay senetlerinin bir araya getirilerek bir portföy oluşturulduğunda Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'ne göre, oluşturulan bu portföyün beta katsayısının "1" olması durumunda, portföyün getirisinin pazar portföyündeki değişikliklere aynı yönde ve aynı oranda tepki göstermesi gerekmektedir. Bu durumda, oluşturulan portföy ile pazar portföyü arasında gerçekleşebilecek herhangi bir fark işletmeye özgü rizikoların varlığı ile açıklanmaktadır. Ancak, A ve B sektöründeki pay senetlerinin yapısından farklı bir yapı gösteren pay senetlerini içeren bir sektörün pazar portföyünde yer alması durumunda, söz konusu portföy getirisi artık pazar portföyü ile tam anlamıyla aynı yönde ve aynı oranda bir değişim göstermeyecektir. Ross (1976) tarafından geliştirilen Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, söz konusu soruna bir çözüm olması amacıyla geliştirilmiştir. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nde her bir pay senedinin getirisi, tüm pay senetleri için ortak olan çok sayıda riziko unsurlarının fonksiyonu olarak ifade edilmektedir²³².

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'ni Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nden ayıran en önemli fark, Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin tek faktörlü getiri sürecinden hareket etmeyen çoklu faktör modeli olmasıdır. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin temeli, yalnızca portföy kuramı değil, aynı zamanda kendi içinde kapalı olan arbitraj yapısıdır. Dolayısıyla, Finansal Varlık Fiyatlandırma

²³¹ Özçam, a.g.e., s. 27.

²³² Alexander, a.g.e., s. 233.

Modeli'nin portföy kuramına dayalı model çerçevesinin terk edilmesi sağlanmaktadır. Ancak Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, sürekli olarak bir denge modeli'ni ifade etmektedir²³³.

2.3.1 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin Varsayımları ve Temel Gösterimi

Ross çalışmasında, Sharpe'ın Tek Endeks Modeli'nin aksine bir ekonomide rizikoyu ifade eden birden fazla unsurun bulunduğunu ileri sürmüş ve aşağıda yer alan varsayımları geliştirmiştir²³⁴:

- Tüm yatırımcılar homojen beklentilere sahiptirler,
- Yatırımcılar rizikodan kaçınmaktadırlar,
- Piyasalar tam rekabet şartlarına uygundur ve dolayısıyla piyasada işlem maliyetleri geçerli değildir,
- Standart Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin aksine Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nde, yatırım döneminin tek dönem olduğu, vergilerin olmadığı, yatırımcıların Ortalama - Varyans yaklaşımına göre tercihlerde buldukları ve rizikosuz bir faiz oranında serbestçe borç verip alabildikleri varsayımı geçerli değildir,
- Tam etkin piyasalarda arbitraj fırsatı bulunmamaktadır²³⁵.

Yukarıda yer alan varsayımlar dikkate alındığında Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin çok sayıda faktörün pay senedi fiyatlarını etkilediğini varsaydığını söylemek yanlış olmayacaktır. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli üzerine yapılan uygulamalar, söz konusu makroekonomik değişkenlerin en az dördünün en çok on ikisinin testlerde açıklayıcı değişken olarak kullanılabilirliğini göstermektedir. Bu bağlamda, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin aksine getirinin açıklanmasında tek riziko faktörü yerine çok sayıda riziko faktörünün kullanılması Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin sağladığı bir avantaj olarak gündeme gelebilmektedir²³⁶. Diğer bir ifadeyle pazar rizikosunu (k) sayıda

²³³ Fettaoğlu, a.g.e., s. 39.

²³⁴ Farrell, a.g.e., s.75.

²³⁵ Kariya, T., Quantative Methods for Portfolio Analysis: MTV Model Approach, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1993, s. 139.

²³⁶ Teker, Suat, A Comparative Empirical Investigation of Asset Pricing Models, Ankara: Capital Markets Board, Publication Number: 111, 1998, s. 4.

birbirinden bağımsız sistematik riziko unsurundan oluşmaktadır ve bu nedenle Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin pazar rizikosu olarak sadece beta değerini kabul etmesinin geçersiz olduğu düşünülmektedir. Portföyler bu (k) sayıdaki sistematik riziko unsurlarından farklı boyutlarda etkilenmektedirler²³⁷.

Bu bilgiler ışığında, Arbitraj Fiyatlandırma Modeli Denklem 2.32 yardımıyla ifade edilebilmektedir²³⁸;

$$R_i = E(R_i) + \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \bar{f}_j + \varepsilon_i \quad (2.32)$$

ve

$$E(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i \bar{f}_j) = 0 \quad (2.33)$$

Burada;

$E(R_i)$: i varlığının beklenen getirisi

\bar{f}_j : i faktörlerinin riziko primi

β_{ij} : i faktörlerinin beta değerlerini ifade etmektedir.

Denklem 2.33 bir menkul değer getirisinin, (k) sayıda faktörden sistematik olarak etkilendiğini ortaya koymaktadır. Bu durum Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nde Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin aksine birden fazla beta katsayısının denklemde yer almasıyla ifade edilmektedir. Bu bağlamda Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'ne göre daha avantajlı bir yapıya sahip olduğu söylenebilmektedir.

2.3.2 Arbitraj Fiyatları ve Rizikosuz Varlıklar

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, arbitraj imkânları nedeniyle piyasada pay senetleri fiyatlarının, riziko ve paranın zaman değerinin tek fiyat şeklinde gerçekleşeceğini savunmaktadır. Yani, arbitraj imkânları doğması durumunda arbitrajcılar bu duruma süratle müdahale edeceklerinden piyasada paranın ve rizikonun bedelleri tek fiyat olarak oluşacaktır. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli

²³⁷ Pilbeam, a.g.e., s.164.

²³⁸ Cochrane, John H., Asset Pricing, New Jersey: Princeton University Pres, 2001, s. 173.

piyasa dengesinin kurulmasının kolay gerçekleşeceğini savunmaktadır. Arbitrajcı çok büyük çapta işlem yapmayı tercih edeceğinden piyasa kısa zamanda dengeye ulaşacaktır²³⁹.

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin dayandığı bir başka varsayımda yukarıda bahsedilen arbitraj işleminin hiç para yatırmadan yapılabileceğidir. Geniş kullanım şekli ile arbitraj yatırımcının sahip olmadığı herhangi bir menkul değer göreceli olarak yüksek fiyattan satılması (açığa satış ya da kısa pozisyon almak) ile eş zamanlı olarak aynı menkul değer daha düşük fiyattan alınmasıdır (uzun pozisyon alınması). Dolayısıyla yatırımcı hiç para yatırmadan rizikosuz bir getiri elde etmektedir²⁴⁰.

Birbirine bütünleşen günümüz menkul değer piyasalarında arbitraj imkânlarının ortaya çıkma olasılığı gün geçtikçe daha da azalmaktadır. Ancak piyasaların halen tam olarak etkin olmadığı dikkate alındığında arbitraj fırsatının her zaman için mümkün olabileceği düşünülmektedir. Bu bağlamda, piyasadaki yanlış fiyatlamaların farkına erken varabilen yatırımcıların bu tür arbitraj fırsatlarından fayda sağlayabileceği düşünülmektedir.

2.3.3 Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin Uygulanabilirliği

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli “tek fiyat kanununa” dayanmakta ve Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin Ortalama - Varyansa dayanan yapısı, riziko faktörleri ve bu faktörlerin primleri ile değiştirilmektedir. Böylece piyasa portföyüne ihtiyaç ortadan kalkmaktadır. Ancak Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, riziko faktörlerinin sayısı ve içerdiği duyarlılık ve riziko primi katsayılarının işareti ve büyüklüğü hakkında bilgi vermemektedir. Bu yüzden Arbitraj Fiyatlandırma Modeli ile ilgili çalışmalarda hem modelin ekonomik yapısının hem de yönteminin bilinmesi gerekir²⁴¹.

Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin test edilebilmesi için temelde iki yaklaşım bulunmaktadır. Bunlardan birincisi istatistiksel diğeri ise teorik yaklaşımdır. İstatistiksel yaklaşım, genel kabul görmüş faktörlerin seçimi için faktör analizlerini kullanmakta ve daha sonra söz konusu bu faktörlerin beklenen

²³⁹ Ertuna, a.g.e., s. 153.

²⁴⁰ Konuralp, a.g.e., s. 301.

²⁴¹ Gökbel, Serpil Altınırnak, Süre Temelli Portföyler ve İMKB'de Uygulanabilirliği, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu, 2003, s. 24.

getiri oranlarını açıklamadaki gücünü yatay kesitsel olarak test etmektedir. Teorik yaklaşım ise varlık getiri oranları ile ilişkili olduğu düşünülen faktörlerin belirlenmesi ve bu faktörlerin getiri oranlarını açıklama gücünü yine yatay kesit analizlerini kullanarak test etmektedir. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'nin uygulamasını gerçekleştirmek uzmanlık gerektirmektedir. Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, daha önceden tanımlanmamış bilinmeyen sayıda faktörün testi olduğu için söz konusu teorisinin yalnızca yaklaşık sonuçlar ortaya koyabildiği düşünülmektedir²⁴².

Yukarıda yer alan açıklamalardan anlaşılacağı üzere Arbitraj Fiyatlandırma Modeli, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'ne göre daha karmaşık sayılabilecek bir yapıya sahiptir. Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli'nin Arbitraj Fiyatlandırma Modeli'ne göre daha yaygın olarak kullanılmasının temel nedeninin bu olduğu düşünülmektedir.

²⁴² Grauer, Robert R., Asset Pricing Theory and Tests, Vol:1, International Library of Critical Writings in Financial Economics, Corwall: Edward Elgar Publishing Inc., 2003, s. 298.

3. BLACK - LITTERMAN MODELİNİN GELİŞİMİ

Çalışmanın başlarında Black - Litterman Modeli'ne ilişkin temel kavramlar ve modelin temel bileşenlerinden bahsedilmiştir. Çalışmanın bu bölümünde Black - Litterman Modeli'ne yönelik olarak yapılmış çalışmalar incelendikten sonra modelin matematiksel altyapısı açıklanmaya çalışılacaktır. Modelin matematiksel altyapısı açıklanırken kullanılan yöntemlere de bu bölümde yer verilmektedir. Bu yöntemler sırasıyla Bayes Yaklaşımı, Theil'in Karma Tahmin Yöntemi ve Örneklem Teorisi Yaklaşımı'dır.

3.1 Black - Litterman Modeli'nin Gelişimi Ve Literatür Taraması

Black ve Litterman kendi isimlerini verdikleri Black - Litterman Modeli ile ilgili ilk makalelerini 1991 yılında Goldman Sachs'da yayınlamışlardır²⁴³. "Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies" adını taşıyan makalenin ardından modeli daha anlaşılır olarak ortaya koyabilmek için 1992 yılında "Global Portfolio Optimization" adını taşıyan ikinci bir makale yayınlamışlardır²⁴⁴. Ancak bu makalelerde modelin matematiksel altyapısına dair çok fazla anlaşılır ve açıklayıcı bilgiye yer vermemişlerdir.

Satchell ve Scowcroft, Wai Lee, Idrozek, ve diğer bazı akademisyenler Black - Litterman Modeli'ni daha anlaşılır hale getirmek için çeşitli çalışmalar yapmışlardır. Ancak bu akademisyenlerin de modelde kullanılacak belirsizlik düzeyi ve sonsal varyansla ilgili olarak tam bir fikir birliğine varamadığı görülmektedir.

²⁴³ BLACK Fischer, ve Robert LITTERMAN, "Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies", Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Co. 1991, ss. 1-44. http://faculty.fuqua.duke.edu/~charvey/Teaching/BA453_2006/Black_Litterman_GAA_1991.pdf İnternet Erişim Tarihi: 01.02.2007.

²⁴⁴ BLACK Fischer ve Robert LITTERMAN, "Global Portfolio Optimization", Financial Analysts Journal, September-October, 1992, ss. 28-43. <http://phys.columbia.edu/~oleg/economics/BlackLittermanOrig.pdf> İnternet Erişim Tarihi: 01.02.2007.

Satchell ve Scowcroft, 2000 yılında yayınladıkları çalışmada²⁴⁵ modelin matematiksel altyapısını ortaya koymaya çalışmışlardır. Aynı zamanda Lee'nin çalışmasının²⁴⁶ yedinci bölümünde modele ait kolay anlaşılır bir açıklama mevcuttur. UBS bankası, Black - Litterman Modeli'ne çok benzer olan ve Satchell ve Scowcroft tarafından yayınlanan çalışmasının²⁴⁷ dördüncü bölümünde açıklanan bir model kullanmaktadır. Ayrıca Ibbotson Associates'ten Idzorek, Black - Litterman Modeli'ni adım adım açıklayan bir kılavuz yazmıştır²⁴⁸. Idzorek bu çalışmada, modeldeki belirsizlik düzeyini belirlemeye yönelik yeni bir yöntem sunmaktadır.

Literatürde konu ile ilgili çalışmalara bakıldığında orijinal makale²⁴⁹, bu modelle ilgili bazı değerlendirmeler sunmakta ancak çok fazla ayrıntıya girmemekte ve ortaya koydukları sonuçları uygulanabilir kılmak için gerekli olan tüm verilere yer vermemektedir.

Black ve Litterman'ın model ile ilgili ikinci makalesi²⁵⁰, temel varsayımlar eşliğinde çeşitli sonuçlar ve sonuçları oluşturmak için gerekli olan girdilerin birçoğunu sunmaktadır. Tüm varsayımları kullanımı kolay olacak bir sistem dâhilinde oluşturmamaktadır. Bu çalışmada yatırımcı görüşleri ile piyasa verilerinin nasıl bir bütün haline getirileceği konusu açıklık kazanmaktadır ancak sonsal varyansa ilişkin herhangi bir denklem sunmamaktadırlar.

²⁴⁵ Satchell, Stephele, ve Alan Scowcroft, "A Demystification of the Black - Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction." *Journal of Asset Management* 1(2), 2000, s.139. <http://www.ingentaconnect.com/content/pal/jam/2000/00000001/00000002/art00004> İnternet Erişim Tarihi: 12.04.2007.

²⁴⁶ Lee, Wai, *Advanced Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation*, New York: John Wiley & Sons, 2000.

²⁴⁷ Satchell, Stephen, ve Alan Scowcroft, *Advances in Portfolio Construction and Implementation*, Amsterdam: Butterworth-Heinemann, 2003.

²⁴⁸ Idzorek, Thomas M., "A step-by-step guide to the Black - Litterman model: Incorporating user specified confidence levels", Zephyr Associates Inc, 2004, ss. 1-34. [http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/BLDraft with Graphs.pdf](http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/BLDraft%20with%20Graphs.pdf).

İnternet Erişim Tarihi: 12.04.2007.

²⁴⁹ Black ve Litterman, *Global Asset*, a.g.e., 1991., ss. 1-40.

²⁵⁰ Black ve Litterman, *Global Port.*, ss. 28-43.

He ve Litterman²⁵¹, Black - Litterman Modeli'ne ilişkin net ve örnek alınabilir bir değerlendirme sunmaktadır. Ancak makalelerinde halen açık olmayan birkaç ayrıntı vardır. Bunlardan ilki sonsal varyansla ilgilidir. Sonsal varyansı güncellenmiş varyans olarak ifade ettiği görülmektedir. Çalışmada önemli bir diğer noktada enformasyon oranı ya da görüşlerin ağırlığı değerini sıfır olarak kabul etmesidir. Ayrıca bu oranı belirsizlik düzeyini belirlerken kullandığı görülmektedir. Buna göre çalışmada belirsizlik düzeyi sıfır olmaktadır. He ve Litterman'ın kaynak verileri kullanılarak çalışmalarında ifade ettikleri varsayımlarını kullanarak elde ettikleri sonuçlar çoğaltılabilir.

Idzorek²⁵², sonuçlarının çoğaltılabilir olmasını sağlayacak şekilde kullandığı girdileri ve varsayımları belirtmektedir. Idzorek bu çalışmada görüşlerin ağırlığını sıfır olarak kabul etmektedir. Ayrıca belirsizlik düzeyini yüzdesel bir oranla belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Sonuçları çoğaltma sürecinde, Idzorek sonsal varyans olarak önsel varyansı kullanmaktadır.

Bevan ve Winkelmann²⁵³, sonuca ulaşmak için kullanılacak yöntem hakkında yüzeysel bilgiler vermektedirler. Çalışmada ne modeli inşa etmek ne de değerlendirdikleri sonuçları çoğaltmak için gerekli olan detaylar sunulmamaktadır. Bevan ve Winkelmann, model üzerinde yaptıkları bazı ayarlamalarla birlikte, Goldman Sachs'ta yürüttükleri daha kapsamlı varlık dağıtım sürecinin bir parçası olarak Black - Litterman'ı nasıl kullandıklarına dair ayrıntılar sunmaktadır.

Satchell ve Scowcroft²⁵⁴, Black - Litterman Modeli'nin ayrıntılarını tam olarak ortaya koyduklarını iddia etmektedirler. Ancak sonuçlarının çoğaltılması için yeterli ayrıntıları

²⁵¹ He, Guangliang, ve Robert Litterman, The Intuition Behind Black - Litterman Model Portfolios, Technical Report, Goldman Sachs Investment Management Series, Fixed Income Research, December 1999, ss. 1-27.

<http://www.som.yale.edu/Faculty/zc25/Investments/GS-ModelIntuition.pdf>
İnternet Erişim Tarihi: 18.10.2007.

²⁵² Idzorek, a.g.e., ss. 1-34.

²⁵³ Bewan, Andrew ve Kurt Winkelmann, Editor: Ronald A. Krieger, "Using the Black - Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience", Fixed Income Research, Goldman Sachs & Co, 1998, June, ss. 1-19. http://faculty.fuqua.duke.edu/~charvey/Teaching/IntesaBci_2001/GS_Using_the_black.pdf İnternet Erişim Tarihi: 15.08.2007.

²⁵⁴ Satchell ve Scowcroft, "A Demystification...", a.g.e., s.139.

sunmamaktadırlar. Satchell ve Scowcroft'ın çalışmasında τ parametresine diğer akademisyenlere göre çok farklı baktıkları görülmektedir. τ parametresinin 1 olarak alınması gerektiğini savunmaktadırlar. Ayrıca belirsizlik düzeyi ile ilgili herhangi bir açıklama bulunmamaktadır. Satchell ve Scowcroft, Black - Litterman'ın “ana denkleme” yönelik ayrıntılı bir açıklama yapmaktadır.

Christadoulakis ve Cass²⁵⁵, Bayes Yaklaşımı ile ilgili bazı ayrıntılar ile modelle ilgili varsayımları sunmakta ve sonsal getirilere yönelik ana denklemleri ortaya koymaktadır.

Da ve Jagnannathan²⁵⁶, oluşturdukları excel tablosuna ilişkin bazı değerlendirmeler sunmakta ve basit bir örnekle bunu açıklamaktadırlar.

Herold²⁵⁷, probleme alternatif bir yaklaşım getirmekte ve bu yaklaşımda alfa üretiminin optimize edilmesini incelemektedir. Herold özellikle örnek dağılımının sıfır ortalamaya sahip olduğunu belirtmektedir. Herold çalışmasında ortaya koyduğu görüşlerin makul olduğunu doğrulamak için kullanılabilecek bazı ek ölçütler sunmaktadır.

Koch'un çalışması²⁵⁸, Black - Litterman Modeli ile ilgili olarak elektronik ortamda hazırlanmış bir sunumdur. Modelin “ana denklemi” ile ilgili çıkarsamalara ve %100 kesinlik durumunda alternatif bir sürüme yer vermektedir. Sonsal varyanstan bahsetmemekte veya belirsizlik durumunda “ana

²⁵⁵ Christodoulakis, George A., ve John C. Cass, “Bayesian Optimal Portfolio Selection: the B-L Approach,” Notes for Quantitative Asset Pricing MSc Mathematical Trading and Finance, 2002, ss. 1-11

http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/bayes_0008.pdf

İnternet Erişim Tarihi: 10.01.2008.

²⁵⁶ Da, Zhi ve Ravi Jagnannathan, “Teaching Note On Black - Litterman Model”, 2005, ss. 1-16. [www.nd.edu/~zda/Teaching_Note_Black - Litterman.pdf](http://www.nd.edu/~zda/Teaching_Note_Black_-_Litterman.pdf)

İnternet Erişim Tarihi: 10.01.2008.

²⁵⁷ Herold, Ulf, “Portfolio Construction With Qualitative Forecast”, The Journal of Portfolio Management 30, no. 1, 2003, ss. 61-72.

[http://www.ijournals.com/JPM/default.asp?Page= 2&ISS=8280&SID=319920](http://www.ijournals.com/JPM/default.asp?Page=2&ISS=8280&SID=319920)

İnternet Erişim Tarihi: 09.12.2007.

²⁵⁸ Koch, Werner, “Consistent Return Estimates In The Asset Allocation Process: The Black - Litterman Approach”, 2004. ss. 2-52. [http://www.globalriskguard.com/ resources/assetman/blach-litterman.pdf](http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/blach-litterman.pdf).

İnternet Erişim Tarihi: 30.10.2007.

denklemin” alternatif sürümüne dair herhangi bir sunum yapmamaktadır.

Krishnan ve Mains²⁵⁹, Black - Litterman Modeli’ne, piyasa ile korelasyonu olmayan ek bir faktör ilave etmektedir. Modelin bu halini “İki Faktörlü Black - Litterman Modeli” olarak adlandırmakta ve Black - Litterman Modeli’nin bir resesyon faktörü ile genişletilmesine yönelik bir örnek sunmaktadır. Ayrıca bunun, modelden hesaplanmış olan beklenen getiriler üzerinde nasıl sezisel bir etkisi olduğunu göstermektedir.

Mankert²⁶⁰, model ile ilgili somut ve olumlu bir değerlendirme yapmakta ve tahmini varlık getirilerine yönelik olarak Black - Litterman “ana denkleminin” iki tanımlaması arasında ayrıntılı bir dönüşüm sunmaktadır. Mankert ayrıca, örnekleme teorisi ile τ değeri için bazı yeni değerlendirmeler sunmaktadır.

Meucci²⁶¹, Black - Litterman Modeli içerisinde normal olmayan görüşlerin kullanılmasına yönelik bir yöntem sunmaktadır. Web sitesinde makalesiyle birlikte sunduğu örnek için MATLAB kodu bulunmaktadır.

Yukarıdaki bilgiler ışığında Tablo 3.1’de Black - Litterman Modeli ile ilgili yapılan çeşitli çalışmalara ilişkin temel bulgular verilmektedir.

²⁵⁹ Krishnan, Hari and Norman Mains, “The Two Factor Black - Litterman Model”, Risk Magazines, Vol: 18, Numb:7, 2005, ss. 69-73.
http://www.risk.net/public/showPage.html?validate=0&page=risknet_login2_tech&url=%2Fpublic%2FshowPage.html%3Fpage%3D286204
İnternet Erişim Tarihi: 11.09.2007.

²⁶⁰ Mankert, Charlotta, The Black - Litterman Model – Mathematical and Behavioral Finance Approaches Towards its Use in Practice, 2006. Licentiate Thesis.
<http://www.diva-portal.org/kth/theses/abstract.xsql?dbid=3997>
İnternet Erişim Tarihi: 01.03.2007.

²⁶¹ Meucci, Attilio, Risk and Asset Allocation, Lehman Brothers Inc., 2006. Springer Finance., <http://www.symmys.com/AttilioMeucci/Book/Downloads/Downloads>
İnternet Erişim Tarihi: 03.12.2007.

Tablo 3.1 Enformasyon Oranı, Belirsizlik Düzeyi ve Sonsal Varyans Karşılaştırması

Yazar(lar)	τ Enformasyon Oranı ya da Görüşlerin Ağırlığı	Belirsizlik Düzeyi	Sonsal Varyans
Faussi ve Meucci	1 kabul ediyorlar	$\alpha P \sum P, \alpha \geq 1$	Önsel Varyansı Kullanmakta
He ve Litterman	0 kabul ediyorlar, hatta böyle bir değer alınmasına gerek olmadığı vurguluyorlar	Diag ($\tau P \sum P$)	Güncellenmiş Varyans
Idrozek	0 kabul ediyorlar	% olarak belirtiliyor	Önsel Varyansı Kullanmakta
Satchell ve Scowcroft	Genellikle 1 kullanıyorlar	Belli değil	Önsel Varyansı Kullanmakta
Bevan ve Winkelman	2'yi aşmayacak şekilde genellikle 0,5 ile 0,7 arasında bir değer alınması gerektiğini belirtiyorlar		
Black ve Litterman	0'a yakın bir değer alınması gerektiği belirtiyorlar		

Kaynak: Çeşitli kaynaklardan derlenmiştir.

3.2 Black - Litterman Modeli'nin Matematiksel Altyapısı

Matematiksel olarak modelin temel zorluğu, iki ayrı bilgi kaynağını tek bir beklenen getiri vektörü olarak birleştirmesidir. Bu süreç, sistemin matematiksel çözümlemesi takip edilecek ve parametreler kullanıcı için sezgisel nitelik taşıyacak şekilde gerçekleştirilmelidir.

Nötr referans noktalarının beklenen getirileri, yatırımcı görüşleri ile kombine edilebilir. Burada nötr referans noktası olarak bahsedilen FVFM'ne göre oluşturulacak denge beklenen getiridir. Denge beklenen getiride bütün varlıkların arz ve talepleri birbirine eşit olmaktadır. Bu nokta Black - Litterman Modeli'nin başlangıç noktasını oluşturmaktadır. Denge beklenen getirilerin belirlenmesinden sonra yatırımcının varlıkla ilgili olumlu veya olumsuz bir görüşe sahip olup olmadığına bakılmaktadır. Varlıkla ilgili olumlu bir görüşe sahip bir yatırımcının portföyünde o varlığın portföy içerisindeki ağırlığı artırılır, negatif görüşe sahipse

de tam tersi yapılır. Burada sorun, bu ağırlığın ne oranda arttırılacağı veya azaltılacağıdır. Ayrıca varlıkların birbirleriyle korelasyonu söz konusudur. Eğer bir varlıktan yüksek bir performans bekleniyorsa ve bu çerçevede ağırlığı arttırılırsa, o halde bu varlıkla pozitif korelasyonu olan diğer varlıkların da ağırlıkları aynı şekilde arttırılmalıdır. Tüm bu işlemleri gerçekleştirmek çok güç olacaktır. Black ve Litterman, bu iki ayrı bilgi kaynağını bir araya getirmektedir ve bu sistem için iki yöntem öne sürmektedir: İlki, bağımlı parametreleri tahmin etmeye yönelik Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Yöntemine ilişkin Theil'in²⁶² Karma Tahmin Yöntemi diğeri ise Bayes Yaklaşımıdır.

Nötr referans noktasında oluşan beklenen getirilere yatırımcı görüşlerinin ilave edilmesiyle oluşan getirilere Kombine Edilmiş Beklenen Getiri, bu oluşumu sağlayan vektöre de Kombine Edilmiş Beklenen Getiri Vektörü denilmektedir. İncelenen çalışmalarda Kombine Edilmiş Beklenen Getiri Vektörünün hesaplama yönteminin matematiksel açıdan yetersiz açıklandığı görülmektedir. Ayrıca birkaç çalışma hariç birçok çalışmada değişkenlerin karakteristiklerinde de bir belirsizlik bulunmaktadır. Parametrelerin neyi temsil ettiği ve bunların nasıl ifade edilmesi gerektiği belirli değildir. Bu da modelin kullanımını son derece güçleştirmektedir²⁶³.

Stephen Satchell ve Alan Scowcroft'un Black - Litterman denkleminin elde edilmesine yönelik çalışmalarının yayınlanmasından sonra Black - Litterman tarafından öne sürülen iki yaklaşımdan en yaygın olarak kullanılanın Bayes yaklaşımı olduğu görülmektedir. Bayes Yaklaşımı, yatırımcı görüşlerini nötr referans noktasına göre güncelleyerek yeni görüşler oluşturmaktadır. Satchell ve Scowcroft'un düşünce yapısı Bayes Yaklaşımı açıklanırken etraflıca takip edilecektir.

Bayes Yaklaşımından sonra Theil'in Karma Tahmin Yöntemi açıklanmıştır. Karma Tahmin Yönteminden sonra Mankert'in Örnekleme Teorisine kısaca değinilmiştir.

²⁶² Theil, Henri, Principles of Econometrics, New York: John Wiley and Sons, 1971.

²⁶³ Benninga, Financial Modeling, Massachusetts: MIT Press, 1997, s. 117.

Gerek Bayes Yaklaşımı gerek Theil'in Karma Tahmin Yöntemini gerekse Mankert'in Örnekleme Teorisini açıklama süreci içerisinde kullanılacak notasyon aşağıda belirtilmiştir²⁶⁴:

w^* - : Black - Litterman optimal portföyünün ağırlık vektörü.

w^M - : Denge portföyü veya piyasa portföyü olarak ifade edilen piyasa portföyünün ağırlık vektörü

δ : Rizikodan kaçınma faktörü. Black ve Litterman'a göre²⁶⁵, Black²⁶⁶ tarafından verilen denklemlere dayalı orantılılık sabiti. $\delta = \frac{\mu_p}{\sigma_p^2}$ ²⁶⁷. He ve

Litterman'ın çalışmasında “dünya genelinde ortalama riziko toleransını temsil eden rizikodan kaçınma parametresi $\delta=2.5$ ’tir²⁶⁸”.

Σ : Modelin konusuna giren tüm varlıkların varyanslarını ve bu varlıklar arasındaki tüm kovaryansları içeren kovaryans matrisi.

P : Görüşlerin bir kısmını temsil eden bir matris. Matris içerisindeki her bir satır, bir görüşe konu olan varlıkların ağırlıklarını içerir.

Maksimum satır sayısı, yani maksimum görüş sayısı, portföy içerisindeki varlık sayısıdır.

q : Her yatırımcı görüşü içerisinde tahmini beklenen getiriyi temsil eden bir sütun vektörü.

²⁶⁴ Braga, Maria Debora ve Francesco Paolo Natale, “TEV Sensitivity to Views in Black - Litterman Model”, 20th Australasian Finance & Banking Conference 2007 Paper, s. 3. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?Abstract_id=1009635 İnternet Erişim Tarihi: 07.01.2008

²⁶⁵ Black ve Litterman, “Global...”, a.g.e., s. 37.

²⁶⁶ Black, Fisher, “Universal Hedging: How to Optimize Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios”, Financial Analyst Journal July/August 1989, ss. 16-22. <http://www.mcombs.utexas.edu/faculty/keith.brown/ChileMaterial/Black%20FAJ89.pdf> İnternet Sayfasına Erişim Tarihi: 12.10.2007

²⁶⁷ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.139.

²⁶⁸ He ve Litterman, a.g.e., ss. 1-27.

- w_i : i görüşüne verilen güven düzeyi. Bu değer, yatırımcının, getirinin bu aralık içinde kalacağına dair 2/3 oranında emin olmasını sağlayacak şekilde görüşün beklenen getirisi etrafındaki standart sapmadır.
- Ω : w_1^1, \dots, w_k^2 'den ibaret olan diyagonal bir matristir.
- τ : Genellikle “görüşlerin ağırlığı” ya da “enformasyon oranı” olarak da ifade edilen bir parametredir. τ sabittir ve Ω ile birlikte görüş portföyü ve denge portföyü arasındaki ağırlığı belirler.
- μ^* : Tahmin edilen beklenen getirilerin Black - Litterman Modeli'ne göre tekrar düzenlenerek oluşturulan yeni beklenen getiri vektörü.
- π : Denge ortamında beklenen artık getirilerin sütun vektörü.

Piyasa tarafından tahmin edilen Black - Litterman'a dayalı beklenen getirileri elde etmek için Denklem 3.1'deki problemin çözümlenmesi yapılmaktadır²⁶⁹:

$$\max_{\pi} (w^M)^T \pi - \frac{\delta}{2} (w^M)^T \Sigma w^M \quad (3.1)$$

denge ortamında artık getiri, Π Denklem 3.2 yardımıyla hesaplanır²⁷⁰:

$$\pi = \delta \Sigma w^M \quad (3.2)$$

Bu denklem, piyasa tarafından tahmin edilen ‘beklenen getirileri’ temsil etmektedir. Piyasa getirileri daha sonra yatırımcı görüşleri ile birleştirilir ve Kombine Edilmiş Beklenen Getirilerin vektörü oluşturulur. Black - Litterman Modeli'ne dayalı beklenen getirilere ait bu yeni vektör Ortalama - Varyans Modeli'yle optimize edilerek optimal portföyde varlıkların ağırlığına dair

²⁶⁹ Mankert, a.g.e., s. 25.

²⁷⁰ Mankert, a.g.e., s. 25.

denklem elde edilir. Black - Litterman optimal portföy denklemi 3.3 no'lu eşitlikle gösterilmektedir²⁷¹:

$$w^* = w^M + \frac{\tau}{\delta} P^T (\Omega + \tau P \Sigma P^T)^{-1} (q - \delta P w^M) \quad (3.3)$$

Denkleme genel olarak bakıldığında modelin piyasa ağırlıklarına yer verdiğini ve sonra bunlara bir bileşenin ilave edildiği görülmektedir. Yukarıdaki denklemden de anlaşılacağı gibi modelin başlangıç noktasını piyasa ağırlıkları oluşturmaktadır.

3.2.1 Black - Litterman Modeli'nin Varsayımları

Satchell ve Scowcroft²⁷², “A Demystification of the Black - Litterman Model” isimli çalışmalarında modelin matematiksel olarak açıklanabilmesi için örnek bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmadan yapılacak çıkarımlar şöyledir: Evrende n adet varlık bulunur. Varlıklardan oluşturulan portföy bir $w \in IR^n$ ağırlık vektörü ile temsil edilir. Varlıkların getirisi, $r \in IR^n$ vektörü ile temsil edilebilen rastgele bir değişkendir ve $E(r) \in IR^n$ beklenen değerine sahiptir. Black ve Litterman, beklenen getiri tanımını, *beklenen artık getirileri* ifade edecek şekilde adapte etmekte ve yerli para birimi cinsinden beklenen getiriler eksi yerli rizikosuz faiz oranını anlatmaktadır.

Tanım 1 (Beklenen artık getiri). *Bir varlığın beklenen artık getirisi, yerli para birimi cinsinden beklenen getiri eksi yerel rizikosuz faiz orandır. $E(r) - r_f$* ²⁷³.

Uygulamayı pratik bir hale getirmek için bu bölümde ‘beklenen getiri’ terimi, beklenen artık getirileri temsil edecek şekilde kullanılacaktır. Bazı durumlarda beklenen artık getiri terimi de konuyu vurgulamak için kullanılacaktır.

Bununla birlikte sistem içerisinde getiri varyansının bulunduğunu ve bunun doğru şekilde tanımlanmış olduğu kabul edilmektedir. Yani getiri vektörü olan r 'nin pozitif bir kovaryans matrisine $\Sigma \in \mathcal{R}^{n \times n}$ sahip olduğu kabul edilmektedir²⁷⁴.

²⁷¹ Mankert, a.g.e., s. 25.

²⁷² Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 140.

²⁷³ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 142.

²⁷⁴ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 142.

Son olarak Satchell ve Scowcroft (2000), getirilerin normal dağılımlı bir rastgele değişken olduğunu kabul etmektedir. Ancak Embrechts vd. bu varsayımın da eksikliklerinin olduğunu belirtmiştir²⁷⁵.

Özetlemek gerekirse kullanılan iki varsayım söz konusudur²⁷⁶:

Varsayım. V1 – Getiriler normal bir olasılık dağılımına sahiptir.

V2 – Getirilerin kovaryans matrisi, Σ , pozitif kesinliğe sahiptir.

3.2.2 Denge

Litterman denge kavramını “arzın talebe eşit olduğu ideal durum” olarak tanımlamaktadır. Litterman bu durumun mali piyasalarda hiçbir zaman reel olarak meydana gelemeyeceğini ifade etmektedir. Ekonomik sistemde, denge durumundan sapmalar arbitrajcılar tarafından ortadan kaldırılacak ve piyasalar tekrar denge durumuna gelecektir²⁷⁷. Ancak piyasada her zaman yanlış bilgiye sahip yatırımcılar olacağından bu durum bir süre sonra tekrar bozulacaktır. Bu yüzden piyasalar denge durumuna girmiş olarak kabul edilmez. Bunun yerine denge durumu bir “ağırlık merkezi” olarak görülür. Piyasalar bu durumdan sapma gösterebilir ancak sistemdeki güçler piyasaları denge durumuna doğru itecektir. Black - Litterman Modeli için denge kavramının bir referans noktası olması model için ideal bir durum olmaktadır²⁷⁸.

Litterman’a göre denge yaklaşımını önermenin nedeni bu yaklaşımın, var olabilecek sapmaların tanımlanabileceği ve bunlardan istifade edilebileceği uygun ve olumlu bir referans noktası olduğu düşüncesidir. Litterman, mali piyasaların karmaşık

²⁷⁵ Embrechts, Paul, Filip Lindskog, ve Alexander McNeil, Modelling Dependence With Copulas and Application To Risk Management: Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Amsterdam: Elsevier, 2003. ss. 1-50. <http://www.ma.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/DependenceWithCopulas.pdf>. İnternet Erişim Tarihi: 12.04.2008.

²⁷⁶ Satchell ve Scowcroft, “A Demystification...”, a.g.e., ss. 139-143.

²⁷⁷ Mankert, a.g.e., s. 25.

²⁷⁸ Litterman, a.g.e., s. 3.

yapısını öngörebilecek hiçbir mali teori olamayacağını kabul eder. Litterman, arbitrajın söz konusu olmadığı bir piyasa arayışına girildiğinde bulunabilecek çok geniş sayıda literatür olduğundan bahsetmektedir. Litterman'a göre piyasaların zamanla, portföy teorisinden istifade etmek üzere rasyonel bir dengeye doğru hareket ettiği varsayımında mevcut varsayımlara ilave edilmesi gerekmektedir²⁷⁹. Litterman, portföy teorisinin piyasaların nasıl bir davranış sergileyeceğine dair öngörüler yaptığını, yatırımcılara portföylerini nasıl yapılandırmaları gerektiğini, rizikonun nasıl minimize edilmesi gerektiğini ve ayrıca denge durumundan meydana gelen sapmalardan maksimum faydanın nasıl sağlanabileceğini anlattığını ifade eder²⁸⁰.

Black - Litterman Modeli'ne ilişkin pek çok literatür, bir varlık dağıtım modeli'ni kabul etmektedir. Bu yüzden Litterman, Global Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'nin, global denge modeli için iyi bir başlangıç noktası olduğunu savunmaktadır²⁸¹. Fisher Black, Black - Litterman global varlık dağıtım modeli'nin doğduğu zemini sunan bir denge modeli öne sürmektedir. Ancak Black - Litterman Modeli sadece global varlık yönetiminde değil aynı zamanda yerli sermayeli portföy yönetiminde ve sabit getirili portföy yönetiminde de kullanılmaktadır. Bahsedilen bu kullanım alanlarında denge ağırlıklarını yerel FVFM'ni kullanarak bulmak daha kolaydır²⁸².

Denge ağırlıklarının referans noktası olarak kullanımında ortaya çıkan önemli bir sorun söz konusudur. Bu ağırlıklar gözlenebilir değildir ve dolayısıyla bu ağırlıkların tahmin edilmesi gereklidir²⁸³. Bevan ve Winklemann, bu konuyla ilgili bir yöntem sunmaktadır. Eğer piyasa dengedeysen, klasik bir yatırımcı elindeki sermayeyi piyasada bulunan tüm varlıklara belli bir ağırlıkla dağıtarak portföyünü oluşturacaktır. Bu nedenle portföy dengesi bir endekste ki tüm varlıklar dikkate alınarak tahmin edilir. Bu tahmini beklenen getiriler, piyasanın tüm aktörleri Ortalama - Varyans Modeli çerçevesinde hareket ettiğinde piyasa tarafından tahmin edilen beklenen getiriler olarak görülebilir²⁸⁴. Schachter vd'nin

²⁷⁹ Mankert, a.g.e., s. 26.

²⁸⁰ Litterman, a.g.e., ss. 3-6.

²⁸¹ Litterman, a.g.e., ss.3-6.

²⁸² Mankert, a.g.e., s. 26.

²⁸³ Mankert, a.g.e., s. 26.

²⁸⁴ Bewan ve Winklemann, a.g.e., ss. 1-19.

belirttiği gibi, “Bir pay senedinin fiyatı objektif, rasyonel şekilde saptanan bir rakamın daha ötesidir; bu fiyat bir görüştür, toplu bir görüştür, yatırımcı tarafından yapılan anlık değerlendirilmenin bir sonucudur.²⁸⁵” Yatırımcının, üzerinde herhangi bir görüşünün olmadığı her bir varlık için, portföy optimizasyon aracına girdi olarak aktarılacak değer bu olacaktır.²⁸⁶ Yatırımcının üzerinde görüş sahibi olduğu varlıklar için ise yatırımcının görüşünü de kapsayacak şekilde düzeltilmiş beklenen getiriler, referans ağırlıkların ve yatırımcı görüşlerinin bir birleşimi olarak hesaplanır. Bu nedenden dolayı çalışmanın bundan sonraki bölümünde denge portföyü piyasa portföyü olarak ifade edilecektir.

Piyasa denge getirileri portföyün omurgasını oluşturur. Bu denge getirilerinin hesaplanması için literatürde üç yaklaşım bulunmaktadır. Bunlardan ilki Geçmiş Veri Kullanım Yöntemi, ikincisi FVFM tarafından denge getirileri olarak tanımlanan Ortalama Getiri Yöntemi ve son olarak bir gösterge portföye dayalı olarak Ters Optimizasyon Yaklaşımıdır.

Geçmiş Veri Kullanım Yönteminde, belli bir zaman aralığı içerisinde getirilerin ortalamasını almak suretiyle gelecek getiriler tahmin edilir. Frankfurter vd., geçmiş getirilerin geleceğe dönük beklenen getiriler için kötü bir tahmin aracı olduğunu belirtmektedir. Frankfurter vd., yaptıkları bu çalışmanın sonucunda oluşturdukları dört portföyünde piyasada oluşan rakamlarla ciddi farklar arz ettiğini ortaya koymaktadır²⁸⁷.

Black ve Litterman, denge getirilerinin $(\pi), \pi = \delta \Sigma w_m$ denkleminde hesaplanabileceğini ifade etmektedir. δ parametresi global rizikodan kaçınma katsayısı, w_m ise global piyasa portföy ağırlıkları olarak ifade edilir. Black ve Litterman, denge getirilerinin FVFM’den elde etmektedir. Ancak kullandıkları

²⁸⁵ Schachter, Stanley, Donald C. Hood, Paul B. Andreassen, William Gerin, *Aggregate Variables in Psychology and Economics: Dependence and the Stock Market*: Benjamin Gilad ve Stanley Kaish, *Handbook of Behavioral Economics, Behavioral Macroeconomics*, Vol. B, Greenwich-London: JAI Press, 1986, ss. 237-272.

²⁸⁶ Litterman, a.g.e., ss. 55-75.

²⁸⁷ Frankfurter, George M., Herbert E. Phillips, ve John P. Seagle, “Portfolio Selection: The Effects of Uncertain Means, Variances, and Covariances”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1971 – 6, no. 5, ss. 1251-1262.

<http://www.jstor.org/stable/2329859?cookieSet=1>
İnternet Erişim Tarihi: 10.06.2008.

notasyon, FVFM denkleminin standart notasyonundan farklıdır. Orijinal FVFM üzerinde yapılan dönüşüm ile bu tanımlamanın doğru olduğu görülmüştür. Satchell ve Scowcroft, FVFM denklemini π denklemine dönüştürmektedir. Bu dönüştürme işlemi, δ parametresi ile ilgili yeni ayrıntılar ortaya koymaktadır²⁸⁸.

Önerme 1. FVFM denklemini $E(r_i) - r_f = (\beta(E(r_m) - r_f))$ şu şekilde düzenlenebilir: $\pi = \delta \Sigma w_m$, burada $\beta = \frac{\text{cov}(r_i, r' w_m)}{\sigma^2 m}$, $\pi = E(r) - r_f$ ve δ parametresi = $\frac{E(r_m) - r_f}{\sigma^2 m}$.

İspat 1. FVFM denklemini, her iki denklemini aynı boyutlarda ele almak için ilk olarak vektör notasyonuna dönüştürülmektedir. Sonraki adımda temel değişkenlere geri dönene kadar FVFM vektör denklemini genişletilir, değişkenler yeniden düzenlenir ve son olarak bunları bir araya getirerek yeni δ , Σ ve w_m değişkenleri elde edilir.

$$E(r_i) - r_f = \beta(E(r_m) - r_f) \quad (3.4)$$

$$E(r) - r_f = \beta(E(r_m) - r_f) \quad (3.5)$$

$$\pi = \beta \mu_m = \frac{\text{cov}(r, r' w_m)}{\sigma^2 m} \mu_m \quad (3.6)$$

$$= \frac{\text{cov}(r, r' w_m)}{\sigma^2 m} \mu m = \frac{E(rm) - rf}{\sigma^2 m} \text{cov}(r, r' w_m) \quad (3.7)$$

$$= \delta \Sigma w_m \quad (3.8)$$

Böylece FVFM denklemini $\pi = \delta \Sigma w_m$ olarak yeniden düzenlenebilir, burada, $\delta = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma^2 m}$, piyasa portföyü üzerindeki artık getirinin varyansına bölünmüş halidir.

²⁸⁸ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.147.

FVFM'den yola çıkılarak eğer piyasa dengedeysen her yatırımcının piyasa portföyünü (w_m) elinde tutması gerektiği söylenebilir. Bu piyasa portföyünün ağırlıklarının bilinmesi durumunda beklenen getirilerin hesaplanması mümkündür. Global piyasa portföyü ağırlıklarının elde edilmesi son derece güçtür. Bu nedenle Scowcroft ve Sefton tarafından desteklenen üçüncü yaklaşım olan Ters Optimizasyon Yaklaşımı Black - Litterman Modeli için en pratik yöntem olarak kabul edilmektedir²⁸⁹.

Referans veya endeks portföyü, piyasa ağırlıkları için, bu ağırlıkları tahmin etme sorununu ortadan kaldırarak piyasa ağırlıklarına yönelik bir aracı olarak kullanılmaktadır. Bir önceki durumdaki denge getirileri, FVFM denklemi olan $\pi = \delta \Sigma w_m$ 'den çıkar. Bu durumda δ parametresi, varyansa bölünmüş gösterge portföyün beklenen getirisidir. Piyasa portföyü ile beklenen getiri arasındaki ilişki aynı zamanda Ortalama - Varyans optimizasyon probleminden de görülebilir. π ortalaması ve Σ varyansı eşliğinde optimizasyon problemi: $\max_{w \in \mathbb{R}^n} w' m \pi - \frac{\delta}{2} w' m \Sigma w_m$. Bu problemin çözümü $w m = (\delta \Sigma)^{-1} \pi$ 'dir. Bu durumda ağırlıklar bilinmektedir ve bulunması gereken vektör beklenen getiri vektörüdür (π)²⁹⁰. Bu nedenle Ortalama - Varyans olarak etkin bir portföyde w_m 'nin ters optimizasyonu Denklem 3.9 ile ifade edilmektedir²⁹¹:

$$\pi = \delta \Sigma w_m \quad (3.9)$$

Bu bağlamda δ , $\sqrt{\frac{1}{2c} E(r)' \Sigma^{-1} E(r)}$ olarak seçilebilir, burada

c , varyans cinsinden ölçülen riziko düzeyidir. Konu ile ilgili olarak yapılan çalışmalarda, rizikodan kaçınma katsayısı değerlerinin 3'e yakın değerler olarak dikkate alındığı görülmektedir. Global bir piyasa portföyü yerine gösterge portföyü kullanmanın mantığı uygulamaya dönük durumlarda daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır. Bir portföy yöneticisinin performansı genellikle bir referans değere göre ölçülür. Burada amaç, İMKB 100 endeksinden daha iyi bir getiri elde etmek olabilir. Bu durumda, herhangi bir

²⁸⁹ Satchell ve Scowcroft, *Advances...*, a.g.e., s. 98.

²⁹⁰ Walters, a.g.e. s. 19.

²⁹¹ Walters, a.g.e. s. 19.

yatırım görüşünün olmadığı ortamda gösterge portföye yatırım yapmak akıllıca olur. Eğer portföy yöneticisi yatırımlarla ilgili belli görüşlere sahipse, portföyü uygun gördüğü şekilde yönlendirmek amacıyla gösterge portföyden farklı portföylere sapabilir. Bu nedenle gösterge portföyün denge portföyü olarak alınması pratik ve güvenilirdir²⁹².

3.2.3 Görüşlerin İfade Edilmesi

Black - Litterman Modeli'nin temelinde yatan fikir, denge durumunu yatırımcıya özel görüşler ile birleştirmektir. Portföy yöneticisi tarafından her görüş için bir güven düzeyi belirlenecektir. Model, yatırımcının hem mutlak hem de bağıl düşünceler ifade etmesine olanak vermektedir. Mutlak görüşe örnek olarak, “*A ülkesindeki pay senetlerinin %X getirisi olacak*” görüşü, bağıl görüşe örnek olarak ise “*yerli tahviller, yerli paysenetlerine göre %Y kadar daha yüksek performans sergileyecek*” örnek olarak gösterilebilir. Markowitz Ortalama - Varyans portföy optimizasyonunda bağıl görüşler ifade edilememektedir. Her görüş için, gerek bağıl gerekse mutlak nitelik taşısın, yatırımcı ayrıca bir güven düzeyi tahsis edecektir. Güven düzeyi, görüşün beklenen getirisinin standart sapması olarak ifade edilir. Eğer portföy yöneticileri belli bir görüşe yüksek bir oranda güven duyuyorsa standart sapma küçük, eğer bu görüşle ilgili yeterince güven duymuyorlarsa standart sapma yüksek olmaktadır. Güven düzeyi, belirli bir görüşün portföy içerisindeki ağırlığını da etkilemektedir. Belli bir görüş için söz konusu olan güven ne kadar zayıfsa, görüşün portföy ağırlıklarını etkileme gücü de o kadar düşük olmaktadır. Bu durum, çoğu zaman görüşler doğru olmadığından cazip bir özellik olarak kabul edilir. Ancak görüşler, yatırımcıların hangi varlıklar üzerinde riziko almak istediklerini ve rizikoların hangi doğrultuda alınması gerektiğini ifade etmektedir²⁹³.

Optimal Black - Litterman portföyü, piyasa portföyü ile yatırımcı görüşlerinin ağırlıklı bir bütünüdür. Görüşler denge durumu ile birleştirilir ve pozisyonlar, yatırımcıların görüş beyan ettiği varlıklar üzerindeki referans portföye bağlı olarak almaktadır. Alınan rizikonun büyüklüğü üç farklı değişkene bağlıdır. Bu değişkenler sırasıyla, görüşler, her bir görüş için belirlenen güven

²⁹² Walters, a.g.e., s. 20.

²⁹³ Mankert, a.g.e., s. 27.

düneyi ve görüşlerin ağırlığıdır. Piyasa portföyünün beklenen getirilerine göre büyük farklılık arz eden görüşler daha yüksek riziko alınması anlamına gelmektedir. Belli bir görüş için belirtilen güven düzeyi güçlüyse bu yüksek riziko alınmasına da katkıda bulunmaktadır. Eğer yatırımcılar belli bir görüşe daha yüksek düzeyde güvenirse o varlık için alınan rizikolar da o derece yüksek olmaktadır²⁹⁴.

Görüşlere duyulan güven düzeyleri Ω matrisi ile temsil edilmektedir. Ancak denge portföyüne göre, alınan rizikoların büyüklüğünü etkileyen bir değişken daha vardır. Görüşlerin ağırlığını ifade eden τ değişkeni²⁹⁵, Ω matrisi ile birlikte, yatırımcı tarafından belirtilen portföy görüşlerine, denge portföyüne göre ne kadar ağırlık verileceğini belirlemektedir. Mevcut literatürde bu değişkene dair net bir açıklama bulunmamaktadır. Bu değişkenin nasıl belirlenmesi gerektiğine dair çok farklı görüşlerin olduğu görülmektedir. Black ve Litterman, değişkenin sıfıra yakın bir değere set edilmesi gerektiğini öne sürmektedir. Bunun nedeni ortalama içerisindeki belirsizliğin, getirinin kendisi üzerindeki belirtisizlikten çok daha küçük olmasıdır²⁹⁶. Ancak Satchell ve Scowcroft, τ 'nın genellikle 1 olarak alındığını öne sürmektedir, ancak bunun her zaman gerçekte başarılı olmadığını da savunmaktadır²⁹⁷. Öte yandan Bevan ve Winkelmann, τ 'nin, *enformasyon oranı*²⁹⁸ 2.0'ı aşmayacak şekilde alınmasını öne sürmektedir. Bevan ve Winkelmann, τ 'nin genellikle 0.5 ile 0.7 aralığında bulunduğunu belirlemiştir²⁹⁹. Öte yandan He ve Litterman, modele sadece $\tau^{-1}\Omega$ girmesinden ötürü τ için belli bir değer alınmasına ihtiyaç olmadığını ifade etmektedir³⁰⁰. Dolayısıyla mevcut literatürde τ ile ilgili mantıksal önermelerin son derece zayıf olduğu görülmektedir. τ 'nin hangi değer olarak alınması gerektiğine dair tamamen farklı öneriler mevcuttur ve

²⁹⁴ Mankert, a.g.e., s. 28.

²⁹⁵ Bevan ve Winkelmann, a.g.e., ss. 1-19.

²⁹⁶ Black ve Litterman, "Global Port...", a.g.e., ss. 28-43.

²⁹⁷ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.139.

²⁹⁸ Alınan aktif riziko için ne kadar bir finansmanın ödendiğini ve buna bağlı olarak endeks portföyden sapma suretiyle finansmanın ne kadar bir ekstra getirdiğini ölçen bir riziko ölçüsüdür.

²⁹⁹ Bevan ve Winkelmann, a.g.e., ss. 1-19.

³⁰⁰ He ve Litterman, a.g.e., ss. 1-27.

önerilen değerlerin de niye mantıksal değerler olduğuna dair açıklamalar uygun şekilde sunulmamaktadır³⁰¹.

Herhangi bir yatırımcı görüşü tanımlanmadığında, Black - Litterman Modeli piyasa portföyünün tutulmasını tavsiye etmektedir. Eğer yatırımcılar piyasa ile ilgili herhangi bir fikre sahip değilse, denge ağırlıklarıyla ilişkili olarak riziko almamaları gerekmektedir. Ancak yatırımcıların varlıklara dair belli görüşleri varsa, bu varlıklar için belli rizikoların alınması ve kalan varlıkların da piyasa kapitalizasyonlu portföye yakın ağırlıklara sahip olması makul bir yaklaşımdır. Hem görüşlere hem de görüşlerin ağırlığına duyulan güven ne kadar güçlü olursa ortaya çıkan yeni portföyün de piyasa portföyünden o derece yüksek sapmalar göstermesi beklenmektedir³⁰².

Black - Litterman Modeli ile ilgili pek çok makalede yatırımcıların, A varlığının B varlığından %25 daha iyi bir performans göstereceği gibi, varlıklarla ilgili bağıl düşünceler ifade edebileceği vurgulanmaktadır³⁰³. Bu şekilde yatırımcı görüşlerinin ifade edilebilmesi, Black - Litterman Modeli'nin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne göre önemli bir artıdır.

Görüşlerin ifade edilme şeklinin ve P görüş matrisinin matematiksel olarak açıklanmasını Satchell ve Scowcroft belirli ön koşullar ortaya koyarak gerçekleştirmektedir. Bir yatırımcı varlıkların, varlık sınıflarının veya piyasaların performansına dair çeşitli düşüncelere sahiptir. Birkaç niteliğin sağlanabilmesi için bu görüşlerin matematiksel olarak ifade edilebilmesi gereklidir. Görüşler, beklenen getiri vektörüyle $E(r)$ ilişkili olarak ifade edilmeli, birbirleriyle ilişkili olarak ifade edilmeli ve görüşler içerisinde bir kesinlik düzeyinin ifade edilebilmesi mümkün olmalıdır³⁰⁴. Bu ön koşullardan yola çıkarak aşağıdaki tanımlamaya ulaşılabilmektedir³⁰⁵:

$$PE(r) = q + \epsilon, \text{ burada } \epsilon \sim N(0, \Omega) \quad (3.10)$$
$$P \in \mathbb{R}^{k \times n} \text{ biliniyor, } q \in \mathbb{R}^k \text{ biliniyor}$$

³⁰¹ Mankert, a.g.e., s. 28.

³⁰² Idrozek, a.g.e., s. 27.

³⁰³ Idzorek, a.g.e., s. 28.

³⁰⁴ Idrozek, a.g.e., s. 28.

³⁰⁵ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., Part IV: Alan Scowcroft, ve James Sefton. Enhanced Indexation, ss. 95-124.

$\epsilon \in \mathbb{R}^k$, bilinen $\Omega \in \mathbb{R}^{k \times k}$ varyansı ile hata vektörüdür

$E(r) \in \mathbb{R}^n$ bilinmez ve tahmin edilmelidir

Değerlendirilen varlıklar P matrisi içerisinde belirtilebilir. q vektörü performanstaki bağıl değişimi, ϵ rastgele değişken vektörü de görüşün belirsizliğini ifade etmektedir. ϵ vektörü sıfır ortalama ve Ω varyansı ile normal dağılımlıdır. Ortalamanın sıfır olması, yatırımcının belli bir varlık kümesine karşı standart bir eğiliminin olmadığı anlamına gelmektedir. Görüşlerin birbirleriyle karşılıklı olarak korelasyonunun bulunmadığı ve bu nedenle Ω kovaryans matrisinin diyagonal olduğu kabul edilmektedir. Varyansın sıfır olması, görüş ile ilgili mutlak belirliliği temsil etmektedir. $E(r)$ vektörü bilinmeyen beklenen getiri vektörüdür ve tahmin edilmelidir³⁰⁶.

Black ve Litterman, P matrisi içerisinde görüşlerin denkleştirilmesine izin vermektedir. Bu noktada herhangi bir özellik belirtmemişlerdir. Bu yüzden literatürün bazılarında karşılaşılan daha genel bir görüş, bir varlık portföyü üzerinde görüş ifade etmektir. Böylece P matrisi bir portföy dizisi olarak kabul edilmektedir böylece q vektörü, ilgili portföyün beklenen getirisini temsil edecektir. Bir kişi için bir varlık portföyünün beklenen getirisinin tahmin edilmesi zordur³⁰⁷.

Bir portföy sadece bir varlıktan meydana gelebilir, ve buna bağlı olarak sadece bir varlık üzerinde mutlak görüş ifade edilmesi söz konusu olur. Bir portföy sıfır yatırımlı da olabilir, bu durumda bağıl bir görüş ifade edilir, ve son olarak bir yatırımcı, ikiden fazla varlık ile ilgili görüş bildirme imkânına sahiptir. q vektörünün, varlıkların tahmin edilen bağıl performanslarını ifade ettiğine dikkat etmek önemlidir. Bu durum bir örnek yardımıyla açıklanabilir. Bir yatırımcının A ve B varlıklarının bağıl performanslarına ilişkin bir görüşe sahip olduğu kabul edilmektedir. Bu görüşünü $PE(r) = q$ denkleminde ifade etmektedir. Bu matris $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ matrisi olmaktadır. $E(r)$ vektörü bilinmiyor

³⁰⁶ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., ss. 95-124.

³⁰⁷ Walters, Jay, "The Black - Litterman Model: A Detailed Exploration", 2008, ss. 5-6.

http://www.master272.com/finance/BL/JWalters_Black - Litterman.pdf
İnternet Sayfasına Erişim Tarihi: 09.11.2008.

ve $E(r) = (E(\tau_A) - E(\tau_B) - E(\tau_C))$ 'dir. q değişkeni varlıklarının getiri tahminini temsil etmektedir. Yatırımcı bu parametreyi $q = \%2$ olarak tahmin etmektedir. Burada fiili çarpma işlemi gerçekleştirildiğinde $PE(r) = E(\tau_A) - E(\tau_B) = \%2$ sonucu bulunmaktadır. Bu da yatırımcının, A varlığı ile B varlığı arasındaki getiri farkını $\%2$ olarak tahmin ettiğini göstermektedir³⁰⁸.

P matrisi bir portföy grubunu temsil ettiğinde, matrisin her satırı bir portföyü gösterir ve buna karşılık gelen q elemanı bu portföyün beklenen getirisi olmaktadır. Bu örnek daha sonra beklentisi $\%2$ olan sıfır yatırımlı bir portföye dönüştürülmektedir³⁰⁹.

Örnek 1, görüşleri ifade etme şeklini daha da açık hale getirmektedir.

Örnek 1 (Görüş ifade etme). Bir yatırımcının, sekiz varlıktan oluşan bir gösterge portföye sahip olduğu düşünüldüğünde:

Tablo 3.2: Gösterge Varlıklar

Varlık Sınıfı	Ağırlık
Amerikan Tahvilleri	%19.34
Uluslararası Tahviller	% 26.13
Büyük Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri	%12.09
Büyük Piyasa Kapitalizasyonlu Amerikan senetleri	%12.09
Ufak Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri	%1.34
Küçük Piyasa Kapitalizasyonlu Amerikan senetleri	%1.34
Uluslararası gelişmiş ülke pay senetleri	%24.18
Uluslararası gelişmekte olan ülke pay senetleri	%3.49
Toplam	%100.00

Yatırımcı, varlıkların performansına dair üç görüşe sahiptir:

Görüş 1: Uluslararası gelişmiş ülke pay senetlerinden oluşan varlık sınıfı, mutlak $\%5.25$ 'lik bir artırıya sahip olacaktır.

³⁰⁸ Idzorek, a.g.e. ss. 1-34.

³⁰⁹ Idzorek, a.g.e. ss. 1-34.

Görüş 2: Uluslararası tahviller, Amerikan tahvillerinden 25 baz puan veya bir başka ifadeyle %0.25 oranında daha iyi bir performans gösterecektir.

Görüş 3: Büyük çaplı büyümeye dayalı Amerikan senetleri ve küçük çaplı büyümeye dayalı Amerika senetleri, büyük piyasa kapitalizasyonlu ve küçük piyasa kapitalizasyonlu Amerikan senetlerinden %2 oranında daha yüksek performans gösterecektir.

Bu görüşler, aşağıda belirtilen şekilde matris formatında ifade edilebilir:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix} E(r) = \begin{pmatrix} 5.25 \\ 0.25 \\ 2 \end{pmatrix} + \epsilon$$

P görüş matrisi tanımlamasında ve ϵ güven düzeyi üzerinde bazı varyasyonlar olabilir.

3.2.3.1 τ Parametresi ve Ω Matrisi

τ , model içerisinde en az anlaşılan parametrelerden biridir çünkü bu değer nasıl alınacağına dair literatürde çok fazla bilgi bulunmamaktadır. Black ve Litterman bu parametreyi, beklenen getirinin varyansını ölçeklendirmeye yönelik bir orantısallık sabiti olarak ele almaktadır. Black ve Litterman ilk olarak getirinin $E(r)$ ortalaması ve Σ varyansı ile rastgele bir değişken olduğunu kabul etmektedir. Black ve Litterman, τ parametresi için sıfıra yakın bir değer seçmektedir çünkü ortalama ile ilgili belirsizlik, getirinin kendisiyle ilgili belirsizlikten çok daha küçüktür. Bu konuyla ilgili öne sürdükleri tek ifade, bu parametrenin sıfıra yakın bir değer olarak seçilmesi gerektiğidir³¹⁰.

Satchell ve Scowcroft, Black ve Litterman'ın öne sürdüğü görüşün tam tersini savunmaktadır. Onlara göre τ parametresi genellikle 1 olarak seçilmelidir. Satchell ve Scowcroft aynı zamanda τ için tahminde bulunma probleminin üstesinden gelecek bir yöntemi de geliştirmişlerdir. Bu parametrenin rastlantısal

³¹⁰ Black ve Litterman, a.g.e., ss. 28-43.

olduğunu kabul ederek Black - Litterman denkleminde yeni bir denklem elde etmektedirler³¹¹.

τ parametresinin Black - Litterman denklemi içerisindeki rolü aşağıda açıklanmaktadır³¹²:

$$\hat{E}(r)=[(\tau\Sigma)^{-1}+P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi+P'\Omega^{-1}q]. \quad (3.11)$$

He ve Litterman, Ω ve τ 'nin ayrı ayrı tanımlanmasına gerek olmadığını çünkü denkleme sadece w/τ oranının girdiğini savunmaktadır. Orijinal denklem yeniden ele alındığında bunun doğru olduğu görülebilir³¹³:

$$\hat{E}(r)=[(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q] \quad (3.12)$$

$$=^1 [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} \tau^{-1} [(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q] \quad (3.13)$$

$$=^2 [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} [\tau(\tau\Sigma)^{-1}\pi + \tau P'\Omega^{-1}q] \quad (3.14)$$

$$= [(\Sigma^{-1} + P'(\tau^{-1}\Omega)^{-1}P]^{-1} [\Sigma^{-1}\pi + P'(\tau^{-1}\Omega^{-1}q)]. \quad (3.15)$$

$$=^1 r^{-1}\tau = 1 \text{ birim matrisi ekleniyor}$$

$$=^2 A^{-1} B^{-1} (BA)^{-1} \text{ matris özelliği kullanılıyor}$$

He ve Litterman, makaleleri içerisindeki bir dipnotta, bir görüş üzerindeki güven düzeyi $pE(r) = q + \epsilon$ 'nin, w varyansı ile τ parametresi arasındaki oran görüş içerisindeki portföy varyansına ($p'\Sigma p$) eşit olacak şekilde ayarlandığını ifade etmektedir. Genellikle bir yatırımcının yatırımıyla ilgili birden fazla görüşü vardır ve bu yüzden bu sürecin birden fazla görüşe göre genelleştirilmesi gerekmektedir. Birden fazla görüş için ise Ω/τ matrisinin $P\Sigma P'$ 'ye eşit olacak şekilde ayarlanması gerektiği söylenebilir. Yatırımcının görüşlerinin bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle Ω matrisinin diyagonal olması gereklidir. Bu da sadece varyansları alarak ve kovaryansları silerek elde edilebilmektedir. Böylece $\Omega/\tau =$ diyagonal ($P\Sigma P'$) olmaktadır³¹⁴.

Bu ilişkinin mantığı muhtemelen, $E(r)$ 'nin $\tau\Sigma$ varyansı ile normal dağılımlı olduğu varsayımından kaynaklanmaktadır. Eğer yatırımcıların görüşleri $q=PE(r)$, beklenen getiri vektörünün

³¹¹ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., ss.138-150.

³¹² He ve Litterman, a.g.e., s. 18.

³¹³ He ve Litterman, a.g.e., s. 18.

³¹⁴ He ve Litterman, a.g.e., s, 19.

(E(r))'nin bir dönüşümü olarak görülürse, bu görüşlerin varyansının Ω da yine $\tau\Sigma$ 'nin bir dönüşümü olduğu çıkarımı yapılabilir ve buna bağlı olarak $\Omega = P\tau\Sigma P'$ dir ve $\Omega/\tau = P\Sigma P'$ ye eşit olur. Ancak He ve Litterman, bu dönüşümü tamamen gerçekleştirmemektedir. Ω 'un diyagonal bir matris olması gerektiği için sadece dönüştürülen $P\Sigma P'$ matrisinin varyansı kullanılmaktadır³¹⁵. Burada ciddi bir avantaj söz konusudur. τ 'yi ifade etme sorunu çözümlenmektedir ve bu parametre için ve Ω belirsizlik matrisi için tahminde bulunmaya yönelik net bir yöntem elde edilmektedir.

3.2.3.2 P Görüş Matrisinin Tanımlanması

P matrisinin tanımlanmasına yönelik üç bakış açısı vardır, bunlar tamamen birbirinden farklı olmayıp belli ufak ortak noktalara sahiptir. En basit yöntem, Ortalama - Varyans optimizasyonunda olduğu gibi tek bir varlık üzerinde görüş ifade etmektir. İkinci yöntem bir varlık portföyü üzerinde görüş belirtmektir. Bu yöntem daha az sezisel nitelik taşımaktadır çünkü bir kişi için bir portföyün beklenen getirisine dair tahminde bulunmak zordur. Son olarak, bağıl görüş ifade etmeye yönelik popüler bir yöntem söz konusudur. Bağıl görüşten kasıt; bir varlığın veya bir varlık kümesinin diğer varlık veya varlık kümesine göre daha iyi performans göstereceği şeklinde bir görüşün belirtilmesidir. Bu yöntem, sahip olduğu sezisel nitelik itibarıyla popülerdir. A varlığının B varlığından daha iyi performans göstereceğini ifade etmek daha doğal bir yaklaşımdır. Idzorek, bu konuyla ilgili çeşitli makaleler yazmıştır³¹⁶.

Bağıl görüşe A varlığının beklenen getirisinin B varlığının beklenen getirisine göre %5 daha yüksek bir performans göstereceği örnek olarak verilebilir. Bu tanımlama $PE(r) = q + e$ formatında yapılmaktadır. Black ve Litterman, P matrisini bu örnekte $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ matrisi olarak belirtmektedir³¹⁷. Bu örnek son derece pratiktir ancak, daha fazla sayıda varlık hakkında görüş belirtmek istendiğinde karmaşık bir hal almaktadır. Idzorek, bu konuyla ilgili güzel bir örnek sunmaktadır. Bu örnek aynı zamanda Örnek 1'de de yer almaktadır. Idzorek'in örneği aşağıda verilmiştir.

³¹⁵ He ve Litterman, a.g.e., ss. 19-20.

³¹⁶ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 149.

³¹⁷ Black ve Litterman, "Global Port...", a.g.e., ss. 28-43.

Örnek 2 (1 no'lu örneğin devamı)³¹⁸

Görüş 3: Büyük Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri ve Ufak Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri, Büyük Piyasa Kapitalizasyonlu ve Küçük Piyasa Kapitalizasyonlu Amerikan senetlerinden %2 oranında daha yüksek performans gösterecektir.

Bu görüş matrisi, örnek 1'de yapıldığı gibi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & -0.5 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Satchell ve Scowcroft, denklem matrisinin son satırından görüldüğü üzere, P matrisinde ağırlıkları ifade etmek için bir eşit ağırlıklandırma sistemi kullanmaktadır. Bu sistemde yapılan ağırlıklandırmalar, 1(daha yüksek veya düşük performans gösteren ilgili varlıkların sayısı) oranıyla orantısaldır. 3. görüş, nominal olarak düşük performans gösteren iki varlığa sahiptir, bunlardan her biri -0.5'lik bir ağırlık almaktadır. 3. görüş aynı zamanda her biri +0.5'lik bir ağırlık alan nominal olarak yüksek performanslı iki varlığa daha sahiptir³¹⁹.

Görüş matrisi daha farklı bir şekilde ifade edilebilmektedir. Bir önceki ağırlıklandırma sisteminde piyasa kapitalizasyonu dikkate alınmamaktadır. Büyük ve küçük kapitalizasyonlu Amerikan senetleri sınıfının piyasa kapitalizasyonu, büyük ve küçük çaplı büyümeye dayalı Amerikan senetleri sınıfının piyasa kapitalizasyonundan dokuz kat daha büyüktür. Ancak Satchell ve Scowcroft'un sunduğu yöntem bu varlıkların ağırlıklarını eşit oranda etkilemekte ve böylece iki ufak varlık sınıfında büyük değişimlere yol açmaktadır³²⁰.

Idzorek, varlıkların piyasa kapitalizasyonunu dikkate alan bir piyasa kapitalizasyonu ağırlıklandırma sistemi kullanmayı tercih etmektedir. He ve Litterman muhtemelen aynı sistemi kullanmaktadır ancak bunu açık bir şekilde ifade etmemektedir.

³¹⁸ Idzorek, a.g.e., s. 9.

³¹⁹ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., ss. 149-150.

³²⁰ Satchell ve Scowcroft, a.g.e. s. 150.

Daha spesifik olarak ifade etmek gerekirse her varlığın ilgili ağırlığı, varlıkların piyasa kapitalizasyonu / ilgili görüşte ait yüksek veya düşük performans gösteren varlıkların total piyasa kapitalizasyonu ile orantılıdır³²¹.

Örnek 3 (Örnek 2'nin devamı). Varlıkların piyasa kapitalizasyonu aşağıda verilmiştir³²².

Tablo 3. 3: Piyasa Kapitalizasyon Ağırlıkları

	Piyasa Kapitalizasyonu	Bağıl Ağırlık
Yüksek performans gösterenler		
Büyük Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri	5,175	%90
Ufak Çaplı Büyümeye dayalı Amerikan senetleri	575	%10
Düşük performans gösterenler		
Büyük Piyasa Kapitalizasyonlu Amerikan senetleri	5,175	%90
Küçük Piyasa Kapitalizasyonlu Amerikan senetleri	575	%10

Nominal olarak yüksek performans gösteren varlıkların bağıl piyasa kapitalizasyon ağırlıkları, büyük çaplı büyümeye dayalı Amerikan senetleri için 0.9, ufak çaplı büyümeye dayalı Amerikan senetleri için 0.1 olurken nominal olarak düşük performans gösteren varlıkların bağıl piyasa kapitalizasyon ağırlıkları, büyük piyasa kapitalizasyonlu Amerikan senetleri için -0,9 ve küçük piyasa kapitalizasyonlu Amerikan senetleri için -0,1'dir. Bu değerler kullanılarak yeni bir P matrisi oluşturulmaktadır³²²:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 & -0.9 & 0.1 & -0.1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

³²¹ Satchell ve Scowcroft, a.g.e. s. 150.

³²² Idzorek, a.g.e., ss. 13-14.

3.3. Bayes Yaklaşımı

Black - Litterman Modeli'ne ilişkin mevcut literatürün çoğu, Black - Litterman Modeli'ni yorumlamak için Bayes yaklaşımından istifade etmektedir. Bu önerme, önsel bilgileri (her ne kadar örnek veri formunda bulunması gerekmesede anlamlı bilgi olarak kabul edilen bilgiler), örnek verilerle kombine etmektedir. Bayes yaklaşımının³²³ tekrarlı olarak kullanımı vasıtasıyla önsel bilgiler güncellenir. Her ne kadar Bayes'in öngörü yaklaşımı teorik olarak örnekleme teorisi yaklaşımından oldukça farklı olsa da bu iki yöntemin sonuçları nerdeyse aynıdır. Bu yaklaşımlar arasındaki önemli farklılıklara ilişkin bir örnek, örnekleme teorisi yaklaşımında bilinmeyen μ parametresine yönelik θ tahminini bilinmeyen bir sabit olarak kabul ederken, Bayes yaklaşımında θ rastgele bir değişken olarak görülmektedir³²⁴.

Bayes yaklaşımını açıkça kullanan iki çalışma bulunmaktadır. Bunlardan ilki Stephen Satchell ve Alan Scowcroft'un "A Demystification of the Black - Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction" adlı çalışmaları ikincisi ise George A Christodoulakis ve John Cass'in Bayes'in Optimal Portföy Seçimi: Black - Litterman Yaklaşımı³²⁵ adlı çalışmalarıdır.

Satchell ve Scowcroft³²⁶, Black - Litterman Modeli'nin uygulamada bir Bayes metodolojisine dayalı olduğunu ve ayrıca

³²³
$$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} P(A)$$

Bir Bayes modeline girecek olan önsel veriler, $P(A)$ olasılığı olan önsel olasılıkla temsil edilir. Bu bilgi daha sonradan, örnek veri olarak kabul edilen B bilgisi ile güncellenerek olasılık cinsinden ifade edilir. Sonuçta çıkan olasılık, sonsal olasılık olarak bahsedilir. Ancak Bayes öngörü teorisinde bilinen iki farklı zorluk söz konusudur. İlki, belli bir Bayes analizinde olasılık fikrinin yorumlanmasında söz konusu olan zorluktur. Diğeri de, analiz içerisinde kullanılan önsel olasılıkların sayısal olarak ifade edilmesi genellikle zordur. $P(A|B)$ ve $P(B|A)$ değerleri bilinmediğinde sürecin devamı nasıl olacağı bilinmemektedir. Bayes düzeninde yapabilecek en iyi şey, değerleri elimizde olan datalarla hesaplamaktır. Bayes teorisindeki temel problem, $P(A|B)$ 'yi belirlemek için sabit ancak bilinmeyen bir olasılık dağılımına $P(B)$ göre bağımsız olarak alınmış olan bir örneğin nasıl kullanılacağıdır.

³²⁴ Mankert, a.g.e., s. 29..

³²⁵ Christodoulakis ve Cass, a.g.e., ss. 1-11.

³²⁶ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 139.

“bu metodolojinin etkin olarak eldeki mevcut görüşleri yeni verilerle güncelleyerek yeni görüşler oluşturduğunu” öne sürmektedir. Bu akademisyenler, modelin önemine rağmen, modelin altyapısında yatan matematiksel yapının anlaşılabilir bir şekilde açıklanmadığını belirtmektedir³²⁷.

Bayes yaklaşımında, neyin önsel bilgi olarak kabul edileceğini ve neyin örnek bilgi olarak kabul edileceğini tam olarak belirtilmelidir. Satchell ve Scowcroft, önsel bilgi olarak yatırımcı görüşlerini kullanmakta ve örnek veriler olarak, sonsal dağılımı elde etmek üzere yatırımcı görüşleri ile güncelledikleri piyasa verilerini kabul etmektedir. Satchell ve Scowcroft, önsel bilginin ve örnek bilginin ne olduğuna dair yaptıkları yorumun, diğer akademisyenler tarafından yapılan değerlendirmelerden farklı olabileceğini kabul etmektedir. Makalede, τ parametresinin, “genellikle değeri 1 olarak alınabilen bir ölçeklendirme faktörü” olduğu³²⁸ öne sürülmektedir.

Christodoulakis ve Cass³²⁹ da yine Black - Litterman Modeli’ni Bayes yaklaşımıyla ele almaktadır. Black ve Litterman tarafından yapılan çalışmaların, modelin hassas ve net bir tanımlama sunmaktan ziyade yatırımcı görüşlerini piyasa dengesi ile birleştirmeye yönelik bir yapı ortaya koyduğunu savunmaktadırlar. Christodoulakis ve Cass, Satchell ve Scowcroft gibi, yatırımcı görüşlerinin önsel bilgi ve piyasa dengesi getirileri olarak kullanılmasını ve bunların güncellenerek sonsal beklenen getirilere ulaşılmasını savunmaktadır. Modelin, yatırımcı görüşlerinin birbirinden bağımsız olarak oluştuğunu varsaymaktadırlar. Getirilerin normal dağılımlı olduğu ve Ω ’nun diyagonal bir matris olduğu varsayımı bu duruma bu varsayımı güçlendirmektedir. Black - Litterman Modeli diyagonal bir Ω matrisini dikkate almaktadır. Christodoulakis ve Cass, τ parametresini, yatırımcı tarafından bilinen ve “ \sum geçmiş kovaryans matrisini” ölçekleyen sayısal bir değer olarak ifade etmektedir³³⁰.

Black ve Litterman, Black - Litterman denkleminin nasıl ulaştıklarına dair ayrıntılı bir açıklama sunmamakta, Theil’in Karma Tahmin Yöntemini öne sürmektedir. Bu yöntem bir sonraki

³²⁷ Mankert, a.g.e., s. 29.

³²⁸ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s. 140

³²⁹ Christodoulakis ve Cass, a.g.e., s. 5.

³³⁰ Mankert, a.g.e., s. 30.

bölümde incelenecektir. Black ve Litterman, E(r)'nin, iki normal dağılımın ürünü olduğunu öne sürmektedir. Satchell ve Scowcroft, beklenen getiri vektörü için, Bayes yaklaşımını kullanmaktadır. Bu yaklaşım burada incelenecektir.

Klasik istatistiksel analizde, bilinmeyen parametreler bir gözlenen veriler kümesi vasıtasıyla tahmin edilmektedir. Ancak Bayes yaklaşımı, durumla ilgili görüşlerin subjektif olduğunu öne sürmektedir. Parametreleri, sanki bu parametreler sabitmiş gibi ve sanki bir gözlem kümesinin kullanılması gerekiyormuş gibi tahmin etmek yerine, Bayes yaklaşımı, gözlenen veriler kümesini düzenli olarak son gözlenen verilerle güncelleyerek mevcut durumla ilgili subjektif önsel düşüncelerin keskinleştirilmesini öne sürmektedir³³¹.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (3.16)$$

$P(A|B)$: Verilen B değeri için A değerinin koşullu (veya ortak) olasılığıdır. Aynı zamanda sonsal olasılık olarak da bilinir. Buradan itibaren sonsal dağılım olarak kullanılmaktadır.

$P(B|A)$: Verilen A değeri için B değerinin koşullu olasılığıdır. Aynı zamanda örnek olasılığı olarak da bilinir. Buradan itibaren koşullu dağılım olarak kullanılacaktır.

$P(A)$: A'nın olasılığıdır. Ayrıca önsel dağılım olarak da bilinir. Buradan itibaren önsel dağılım olarak kullanılacaktır.

$P(B)$: B'nin olasılığıdır. Normalizasyon sabiti olarak da bilinir.

Bu teorem genellikle aşağıdaki şekilde ifade edilir³³²:

$$P(A|B) \propto P(A) \ell(A|B) \quad P(B) \neq 0 \text{ için.}$$

³³¹ Walters, a.g.e., s. 3.

³³² Walters, a.g.e. s. 3.

Burada α , “orantılı” anlamına gelmekte ve ℓ olasılık fonksiyonunu ifade etmektedir. P, bir ayrık veya sürekli olasılık dağılım belirtmektedir³³³.

Herhangi bir gözlem öncesindeki olasılık dağılımı $P(A)$ 'dır, bu önsel dağılım olarak ifade edilmektedir. B ile temsil edilen yeni verilerin gözlemi yapıldıktan sonra $P(A|B)$ için yeni bir dağılım elde edilmektedir ve bu dağılım sonsal dağılım olarak adlandırılmaktadır³³⁴.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \quad (3.17)$$

Yatırımcının, denge durumundaki beklenen getirilere dair bilgisini kullanarak kendi düşüncelerini oluşturduğu kabul edilmektedir. Bu yüzden denge durumunda beklenen getiriler önsel getiriler olarak kabul edilir ve bunlar, yatırımcı görüşleri ile güncellenir. Sonsal dağılım her iki bilgi kaynağını kombine eder³³⁵. Bayes fomülü kullanılarak Denklem 3.18 elde edilir:

$$P(PE(r) | E(r)) = \frac{P(E(r) | PE(r))P(PE(r))}{P(E(r))} \quad (3.18)$$

Satchell ve Scowcroft tarafından sonsal dağılımı hesaplamak için Denklem 3.19 kullanılmaktadır³³⁶:

$$P(E(r) | \pi) = \frac{P(\pi | E(r))P(E(r))}{P(\pi)} \quad (3.19)$$

Ancak, sundukları ispatta, $E(r)$ için olan olasılık dağılımı yerine $PE(r)$ olasılık dağılımını kullanmaktadırlar. Matematiksel olarak doğru işlem yapmak için (3.18) sayılı denklem kullanılmalıdır. Kullandıkları denkelmin, denge getirileri ortamında

³³³ Walters, a.g.e. s. 3.

³³⁴ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.148.

³³⁵ Bagasheva, Biliana, Svetlozar (Zari) Rachev, John Hsu ve Frank Fabozzi, “Bayesian Applications to the Investment Management Process”, s. 25.

http://www.pstat.ucsb.edu/research/papers/BagashevaRachevHsuFabozzi_BayesianApplications.pdf İnternet Erişim Tarihi: 03.10.2007

³³⁶ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.148.

beklenen getiri vektörünün olasılık dağılımını hesaplıyor olarak görüldüğünden sezgisel olduğu söylenebilir³³⁷.

Olasılık dağılımları Görüşlerin olasılık dağılımı

V3: $PE(r) | E(r) \sim N(q, \Omega)$ varsayımından çıkarılabilir.

V4: $PE(r) | E(r)$, q ortalaması ve Ω diyagonal kovaryans matrisi için normal dağılımlıdır: $PE(r)|E(r) \sim N(q, \Omega)$

3.4 Denge Getirileri

Beklenen getirilerin dağılımı üzerinde mantık yürütmek, yatırımcı görüşlerinin dağılımı üzerinde mantık yürütmekten daha karmaşıktır. Black ve Litterman, varlıkların getirisinin, $E(r)$ ortalaması ve \sum varyansı ile normal dağılımlı olduğunu kabul etmektedir. Ayrıca bu ortalamanın kendi başına rastgele bir değişken olduğunu, gözlemlenemez olduğunu varsaymaktadır³³⁸. Bayes istatistiğinde $E(r)$ bir hiperparametre olarak ifade edilir ve Bayes Teoreminin bir başka uygulaması ile kestirimi yapılabilmektedir.

Ancak Black ve Litterman bu yolu takip etmemektedir. Bunun yerine, $E(r)$ için bir dağılım seçmektedir. Piyasanın her zaman dengeye doğru hareket ettiğini ve mutlaka denge durumunda olmak zorunda olmadığını varsaymaktadırlar. Bu yüzden beklenen getirinin ortalaması, piyasa dengede olduğunda FVFM getirilerine eşit olmaktadır. $E(r)$ varyansının, r getirilerinin varyansı ile orantısal olduğu, τ orantısallık sabiti ile de \sum ile orantısal olduğu varsayılmaktadır. τ sabiti sıfıra yakın olacaktır çünkü getiri ortalamasındaki belirsizlik, getirinin kendisindeki belirsizlikten çok daha küçüktür³³⁹. Denge riziko primleri, $\tau \sum$ ile birlikte, beklenen artık getiriler için denge dağılımını belirler³⁴⁰.

Bayes Yaklaşımına göre denge getirileri denklem 3.20 yardımıyla hesaplanabilmektedir³⁴¹:

³³⁷ Satchell ve Scowcroft, a.g.e., s.149.

³³⁸ Black ve Litterman, "Global Port." a.g.e., ss. 28-43.

³³⁹ Black ve Litterman, "Global Port." a.g.e., ss. 28-43.

³⁴⁰ Schöttle, Katrin, Ralf Werner ve Rudi Zagst, "Comparison And Robustification of Bayes And Black - Litterman Models", ss. 1-17.

http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2008/10/2116.pdf

İnternet Erişim Tarihi: 17.10.2008.

³⁴¹ Schöttle, Werner ve Diğerleri, a.g.e., s. 11.

$$\mu_p = [(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q] \quad (3.20)$$

Bayes yaklaşımında, yatırımcı görüşlerinin piyasa görüşleri ile güncellenmesi kavramı son derece sezisel bir nitelik taşımaktadır. Bu yöntemin en temel eksikliği, denge getirileri ile ilgili yapılan varsayımdır. τ parametresinin belirlenmesi gerekir ancak bunun nasıl yapılacağına dair anlamlı bir tanımlama bulunmamaktadır³⁴².

Black - Litterman denkleminin elde edilmesine yönelik diğer yöntemlerin incelemesine geçmeden önce çıkarımı yapılan denklemin ne anlama geldiği incelenmelidir. Denklem, yatırımcının varlıklarla ilgili görüşlerinin olmaması durumunda getirilerin denge dağılımının kullanılması gerektiği tanımlaması ile uyumludur. Bu da bizi FVFM olarak da ifade edilen piyasa portföyüne yönlendirecektir³⁴³.

$P=0$ olarak alındığında Black - Litterman denkleminin de aynı sonuca sahip olduğu görülmektedir. Bu durumda elde sadece $[(\tau\Sigma)^{-1}]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\pi] = \pi$, denge getirileri denklemi kalmaktadır. Bu yüzden Black - Litterman denklemi bu temel özelliğe cevap vermektedir³⁴⁴.

Diğer sınırlayıcı durumun incelenmesinde de ilginç veriler elde edilmektedir. Eğer yatırımcı görüşlerinden tamamen emin olduğuna beklenen getiri vektörü nasıl şekilleneceğine dikkat edilmelidir. Görüşlerden tam anlamıyla emin olunması, görüş üzerindeki varyansın sıfır olduğunu ifade eder ve bunun Black - Litterman denklemi içerisine yazılması mümkün değildir çünkü bu durum bir sıfır matrisinin tersinmesini gerektirecektir³⁴⁵.

3 5. Theil'in Karma Tahmin Yöntemi

Black ve Litterman, beklenen getiri denklemini elde etmeye yönelik farklı bir yöntem daha öne sürmektedir. Bu yöntem Theil ve Goldberger'in Karma Tahmin Yöntemidir. Bu model,

³⁴² Schöttle, Werner ve Diğerleri, a.g.e., s. 11.

³⁴³ Zhang, Ying, "Diversification Benefits of Hedge Funds: a Black - Litterman Approach With Stable Distributions", The George Washington University, Finance Department, 2007, s. 9.

³⁴⁴ Zhang, a.g.e., s. 9.

³⁴⁵ Zhang, a.g.e., s.10.

Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmin Yönteminin farklı şekilde uyarlanmasından ibarettir. Theil, bu yöntemin, Bayes Tahmin Yöntemiyle aynı sonuçları verdiğini göstermektedir. Bu yöntemin avantajı, tahminin çok daha kolay bir şekilde elde edilmesidir. En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi sadece bir kaynaktan veri alınmasına izin verirken, Karma Tahmin Yöntemi, iki ayrı bilgi kaynağının kullanılmasına izin vermektedir³⁴⁶.

Theil'in Karma Tahmin Yöntemini açıklayabilmek için ilk olarak Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi açıklanacak ve Karma Tahmin Yöntemi ile arasında bağlantı kurulacaktır.

3.5.1 Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmini

Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmin Yöntemi, bağımlı bir değişken için bir tahmin tekniği sunmaktadır. Genel olarak β vektörünün tahmini, y vektörü içerisinde gözlemlenen verilerden yola çıkılarak yapılır. Gözlemlenen veriler bazen, e vektörü ile gösterilen tahmin hatalarına sahiptir ve bu tür tahmin hatalarının normal bir olasılık dağılımına sahip olduğu kabul edilir. Ayrıca gözlemlenen y verisi ile tahmin edilecek veri arasındaki ilişki bir X matrisinde lineerdir. Daha ayrıntılı olarak ifade etmek gerekirse $y = X\beta + e$ şeklinde bir ilişkinin sürdürüğü kabul edilmektedir³⁴⁷.

Aitken önermesi olarak da bilinen ana teorem şu şekildedir.

Önerme 3 (Aitken). $y = X\beta + e$ şeklinde bir tanımlama veriliyor, burada $y \in \mathbb{R}^k$ bilinen bir vektör, $X \in \mathbb{R}^{(k \times n)}$ tam sütun ranklı bir matris, $\beta \in \mathbb{R}^n$ bilinmeyen bir vektör ve $e \in \mathbb{R}^k$ bir hata terimidir. Hata terimi sıfır ortalamaya $E(e) = 0$ ve $\text{var}(e) = \sum$ varyansına sahiptir. X 'in rastlantısal olmayan bir matris olduğu ve

³⁴⁶ Brehm, Paul ve Denis Guenther, "The Econometric Method of Mixed Estimation, An Application To The Credibility of Trend", ss. 1-46., www.casact.org/pubs/dpp/dpp90/90dpp171.pdf

İnternet Erişim Tarihi: 12.11.2008.

³⁴⁷ Fox, John, "Time-Series Regression and Generalized Least Squares", 2002, ss. 1-8.

<http://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appendix-timeseries-regression.pdf>

İnternet Erişim Tarihi: 19.07.2008.

$E(y|X) = X \beta$ olarak kabul edilir. Ayrıca $\text{var}(y|X) = \Sigma \in \mathbb{R}^{k \times k}$ olarak kabul edilir, (burada Σ bir kesin artı matristir). O halde³⁴⁸,

$$\hat{\beta} = (X' \Sigma^{-1} X)^{-1} (X' \Sigma^{-1} y) \quad (3.21)$$

β için en ideal tarafsız tahmin aracıdır ve bu tahmin aracının kovaryans matrisi $(X' \Sigma^{-1} X)^{-1}$ 'dir. Bu tahmin aracının en iyi tahmin sistemi olduğu söylenebilir çünkü y vektöründe lineer olan ve yansız olan herhangi diğer bir β tahmin aracı, $\hat{\beta}$ 'ya göre, kesin artı matris değeri kadar fazla olan bir kovaryans matrisine sahiptir³⁴⁹.

Verilen bir gözlemlenmiş veriler kümesinde, genelleştirilmiş lineer tahmin tekniği, β için bir tahmin aracı elde eder. Bu durumda, $E(r)$ formunda bir tahmin yapmak için iki ayrı veri kümesi bulunmaktadır.

3.5.2 Karma Tahmin

Portföy yöneticisinden ve piyasadan gelen bilgiler, beklenen getiri vektörü $E(r)$ 'yi tahmin için kullanılabilir. Karma Tahmin Yöntemi, her iki bilgi kaynağının modelde bir araya getirilmesini ve kaynaklardan birinin hatalı görülüp hariç tutulmaması gerektiğini anlatmaktadır. Bilinmeyen parametre ile ilgili olarak birilerinin ön bilgiye sahip olması olasıdır ve bu fikirler daha sonra örnek bilgiler ile güncellenebilmektedir. Karma Tahmin kavramı, aynı şekilde sonradan örnek veriler ile güncellenen önsel bir dağılım kullanan Bayes çıkarıma tekniğine çok yakındır³⁵⁰. Bu yöntemle Black - Litterman denkleminin elde edilmesi Koch'un çalışmasında bulunmaktadır.

3.5.3 Modelin özellikleri

İki bilgi kaynağı, olasılık dağılımları bazında daha önce ifade edilmişti. Genelleştirilmiş En Küçük Kareler Tahmin Yönteminde, bu dağılımlar lineer bir model olarak ifade edilmektedir. Tahmin edilecek olan parametre $E(r) = \beta$ beklenen getiridir.

³⁴⁸ Lackovic, Ivan B., "On Aitken's Δ_2 Method, Publications de La Faculté d'électrotechnique de L'université Belgrade, Serie: Mathematiques Et Physique", No:409, 1972, ss. 1-4.

³⁴⁹ Lackovic, a.g.e. ss. 1-4.

³⁵⁰ Koch, a.g.e., ss. 2-51.

Önsel bilgi, portföy yöneticisinin, belli varlıkların performansına dair görüşlerinden meydana gelir. Portföy yöneticisinin görüşleri, Black ve Litterman Modeli'nde istenen formatta ifade edilmiş durumdadır³⁵¹.

$$q = PE(r) + \epsilon, \quad (3.22)$$

$q \in \mathbb{R}^k$ bilinen vektörü

$P \in \mathbb{R}^{k \times n}$, $k < n$ k ranklı bir bilinen matris

$\epsilon \in \mathbb{R}^k$ hata vektörü

aynı şekilde $E(\epsilon) = 0$, $\text{var}(\epsilon) = \Omega$ tekil olmayan matris

ya da eşdeğer olarak $E(q) = PE(r)$, $\text{var}(q) = \Omega$

Gözlenen örnekler denge getirileridir. Bu getiriler daha önceden $E(r) \sim N(\pi, \tau \Sigma)$ olarak ifade edildi. Bu varsayım şu anda biraz değiştirilecek ve denge getirisi vektörü π gözlemlenen değişken, $E(r)$ 'de tahmin etmek istenilen değer olacaktır³⁵².

$$\pi = E(r) + u, \quad (3.23)$$

$\pi \in \mathbb{R}^n$ denge getirilerinin gözlemlenen vektörü

$E(r) \in \mathbb{R}^n$, beklenen getirilerin tahmin edilecek vektörü

$u \in \mathbb{R}^n$, hata vektörü,

aynı şekilde $E(u) = 0$, $\text{var}(u) = \tau \Sigma$ tekil olmayan matris

ya da eşdeğer olarak $E(\pi) = E(r)$, $\text{var}(\pi) = \tau \Sigma$.

Aitken teoremi, lineer ilişkiyi $\pi = X\beta + u$ olarak ifade etmektedir. Lineer ilişki ise, X matrisi, net olarak tam sütun ranklı I birim matrisi ile tanımlandığı zaman bu duruma karşılık gelmektedir³⁵³.

$E(r)$ 'yi tahmin etmek için her iki bilgi kaynağı, ilgili vektörleri ve matrisleri yığınlayarak kullanılır³⁵⁴. Buna göre lineer denklem, Denklem 3.24'de ki şeklini almaktadır³⁵⁵:

³⁵¹ Drobetz, a.g.e., s. 66.

³⁵² Drobetz, a.g.e., s. 67.

³⁵³ Drobetz, a.g.e., s. 71.

³⁵⁴ Koch, a.g.e., s. 14.

³⁵⁵ Koch, a.g.e., s. 14.

$$\begin{pmatrix} \pi \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} E(r) + \begin{pmatrix} u \\ \varepsilon \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

$$\text{burada } \text{var}\begin{pmatrix} u \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \text{var}\begin{pmatrix} \pi \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Omega \end{pmatrix} = W. \quad (3.25)$$

Bu denklemin $y = X\beta + e$ olarak da yazılabileceğine dikkat edilmelidir. Denklem 3.25'de verilen lineer sistemin Aitken Teoremi ile uyumlu olduğu görülmektedir. $X = \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix}$ matrisi, birim matristen ötürü tam sütun rankına sahiptir ve W matrisi, Σ pozitif kesinliğe sahip olduğundan ve Ω diyagonal olduğundan kesin artı matris niteliğindedir. Ayrıca iki bilgi kaynağı da bağımsızdır³⁵⁶.

$E(r)$ tahmin aracı, 3.22 no'lu Denklemden ilgili parametreleri yerine koymak suretiyle bulunabilmektedir³⁵⁷:

$$E(\hat{r}) = (X'W^{-1}X)^{-1}(X'W^{-1}y) \quad (3.26)$$

$$= \begin{bmatrix} (I & P') \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Sigma \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (I & P') \begin{pmatrix} \tau\Sigma & 0 \\ 0 & \Sigma \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \pi \\ q \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$= \begin{bmatrix} ((\tau\Sigma)^{-1}P'\Omega^{-1}) \begin{pmatrix} I \\ P \end{pmatrix} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} ((\tau\Sigma)^{-1}P'\Omega^{-1}) \begin{pmatrix} \pi \\ q \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$= \left[((\tau\Sigma)^{-1}P'\Omega^{-1}P) \right]^{-1} \left[(\tau\Sigma)^{-1}\pi + P'\Omega^{-1}q \right] \quad (3.29)$$

Bu durumda, denklemin elde edilmesi Bayes teoremine göre bariz bir şekilde kısıdır.

3.5.4 τ 'nin En Küçük Karelere Dayalı Tahmini

İstatistiksel öngörü modellerinin hemen hepsi, eldeki veriyi modeli kuran kişinin görüşleri ile destekleme özelliğine sahiptir. Çünkü araştırmacı veriyi incelemeyen önce konuyla ilgili asgari düzeyde de olsa bilgiye sahiptir ve isterse modelin öngörü

³⁵⁶ Koch, a.g.e., s. 15.

³⁵⁷ Koch, a.g.e., s. 16.

performansını arttıracığını düşündüğü bilgileri modele yansıtabilir. Araştırmacıların kişisel görüşlerini daha doğru bir şekilde sunup bunları geçmişten gelen verilerle birleştirip, standart ve objektif bir yöntem haline getirmek için geliştirilen yöntem Theil'in karma tahmin yöntemi denilmektedir³⁵⁸.

Theil (1971)'in karma tahmin yöntemi, τ için ek bir tahmin sunmaktadır. Ancak bu çalışmada yapılan modellerle ilgili tanımlamada, tahmin aracının gereklerini yerine getiremeyeceği görülmektedir. Bunu nedeni Tahmin aracının sadece tam sütun ranklı X matrisi olmasıdır. Bu çalışma I birim matrisi ile tahmin edilecek olan verilerden daha fazla sayıda gözlem olmasını gerektirmektedir. Bu durum X 'in satır boyutunun sütun boyutundan büyük olması gerekmektedir. Sütun boyutu satır boyutuna eşit olduğundan birim matris bunu karşılayamamaktadır ve τ 'ye yönelik tahmin aracı kullanılamamaktadır³⁵⁹.

$$\hat{r} \neq \frac{1}{n-k} (\pi - I\hat{\beta}_\pi)' \Sigma^{-1} (\pi - I\hat{\beta}_\pi). \quad (3.30)$$

Burada $\hat{\beta}_\pi$, sadece denge getirileri bilindiğinde $E(r)$ 'nin tahmin aracıdır. Bu çalışmada $n=k$ 'dir, bu yüzden denklem kullanılamamaktadır.

3.6. Örneklem Teorisi Yaklaşımı ve Black - Litterman Modeli

Örneklem Teorisi Yaklaşımı, Fische, Neyman, E.S Pearson ve diğer akademisyenlerin eserlerinden doğmaktadır. Yaklaşım sadece, olasılıklarına göre ifade edilen örnek verilere dayanmaktadır. Örneklem Teorisi Yaklaşımı, geçmişte şekillenen üç yaklaşımdan ilki olması itibariyle çıkarsamaya klasik yaklaşım olarak kabul edilir. Sık sık incelenen diğer çıkarsama yaklaşımları

³⁵⁸ Spencer, E. David, "Developing A Bayesian Vector Autoregression Forecasting Model", International Journal of Forecasting, 1993, Vol:9, Issue:3, ss. 407-421.

<http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V92-45P4H0T-78/2/5bfee49729848325b4a77573324f7d0c>

İnternet Erişim Tarihi: 14.10.2010.

³⁵⁹ Spencer, a.g.e. ss. 407-421.

arasında, Black - Litterman Modeli üzerinde geçerli genel yaklaşım olan Bayes Yaklaşımı ve Karar Teorisi yaklaşımıdır³⁶⁰.

Mankert 2006 yılında yaptığı çalışmada Örnekleme Teorisi Yaklaşımında τ 'yi güven endeksi olarak kullanarak Black - Litterman'ın ana denkleminde ulaşmayı başarmıştır. Mankert bu çalışmasında Bayesyen Yaklaşımında varlık getirileri denkleminde yola çıkarak Black - Litterman beklenen getiri denkleminde ulaşmıştır³⁶¹.

Denklem 3.30 Bayesyen Yaklaşımında varlık getirilerini göstermektedir³⁶²:

$$P(A/B) \approx N\left[\left[\tau\Sigma\right]^{-1}\pi + P^{-1}\Omega^{-1}q \left[\left[\pi\Sigma\right]^{-1} + P^{-1}\Omega^{-1}P\right]^{-1}\left(\left(\tau\Sigma\right)^{-1} + P^{-1}\Omega^{-1}P\right)^{-1}\right] \quad (3.30)$$

Denklem 3.31 Mankert'in Bayesyen Yaklaşımında varlık getirilerinden yola çıkarak ulaştığı Black - Litterman beklenen getiri denklemini gösterilmektedir³⁶³:

$$\pi = \pi + \tau\Sigma P^{-1}\left[\left(P\tau\Sigma P^{-1}\right) + \Omega\right]^{-1}\left[q - P\pi\right] \quad (3.31)$$

Bu denklem literatürde çok fazla kullanılan alternatif bir kaynak modeli oluşturmaktadır. Uygulamada birçok akademisyen Ω 'yi onun çalışmasına uygun olarak $P(\Sigma)P^{-1}$ ile uyumlu olarak orantılayarak oluşturmaktadır³⁶⁴.

Örnekleme Teorisi Yaklaşımından Black - Litterman Modeli'nin ana denkleminin elde edilmesine farklı bir alternatif sunmaktadır. Bayes yaklaşımını kullanarak Black - Littermana göre beklenen getiri denkleme ulaşılmıştır. Bu denklem optimal portföy ağırlıklarına ilişkin denklemi de vermiştir.

³⁶⁰ Mankert, a.g.e., s. 32.

³⁶¹ Walters, a.g.e., s. 22.

³⁶² Mankert, a.g.e., s. 32.

³⁶³ Mankert, a.g.e., s. 40.

³⁶⁴ Walters, a.g.e., s. 22.

4. MARKOWITZ ORTALAMA - VARYANS MODELİYLE KARŞILAŞTIRMALI OLARAK BLACK - LITTERMAN MODELİNE GÖRE PORTFÖY OPTİMİZASYONU VE İMKB UYGULAMASI (2003-2009)

4.1 Uygulamanın Amacı ve Önemi

Bu uygulamanın amacı Black - Litterman Modeli ve Markowitz Ortalama- Varyans Modeli ile hedeflenen beklenen getiri düzeyinde oluşturulacak portföylerin Beta Faktörleri, Artık Dalgalanma Dereceleri ve Toplam Rizikoları yönünden karşılaştırılmasıdır. Uygulamanın önemi ise, İMKB'deki yükselen ve alçalan piyasa dönemlerinde hangi modelin tercih edilmesi gerektiğine ilişkin bir görüş sunmasıdır.

4.2 Uygulamanın Yöntemi

Bu çalışmanın konusuna uygun olarak, sırasıyla şu işlemler yapılmıştır:

- İşletme değerinin belirlenmesi için dolaşımda olan ve olmayan tüm pay senetleri ile pay senedinin kapanış fiyatının çarpılması,
- Benchmark Portföy ağırlıklarının saptanabilmesi için portföye dâhil olan pay senetlerinin işletme büyüklüklerinin toplam işletme değerine oranlanması,
- Pay senetlerinin günlük logaritmik getirilerinin hesaplanması,
- Getirilerin ortalama getiriden sapmasının hesaplanması,
- Rizikosuz faiz oranı olarak kullanılmak üzere Hazine Müsteşarlığı iç borç istatistiklerinden iskontolu ihale tablolarından elde edilen 180 gün vadeli bonoların bileşik faizlerinden günlük faizin hesaplanması,
- Uygulamaya konu olan dönemlerdeki İMKB Tüm endeks getirilerinin hesaplanması. Uygulamada bu oran Benchmark portföyün beklenen getirisi olarak kullanılmaktadır,
- Varyans-Kovaryans matrisinin oluşturulması,
- Markowitz portföy ağırlıklarının bulunması,

- Beklenen getirilerin Benchmark Portföyü beklenen getirisine eşitlenmesi. Literatürde eşitlenme yerine normalleştirme kavramı da kullanılmaktadır,
- Black - Litterman portföy ağırlıklarının belirlenmesi,
- Pay senetlerinin korelasyonlarının saptanması,
- Black - Litterman Modeli'nde yatırımcı görüşlerini yansıtabilecek çözücünün oluşturulması,
- Benchmark Portföyü, Markowitz Portföyü ve Black - Litterman Portföyü'nün aynı beklenen getiriye sahip olup olmadığının test edilmesi,
- Benchmark getirisi ile pay senetleri getirilerinin birlikte hareket etme eğiliminin göstergesi olan Kovaryan katsayısının belirlenmesi,
- Benchmark Portföy Varyansının saptanması,
- Pay senetlerinin beta faktörlerinin bulunması,
- Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin beta faktörlerinin saptanması,
- Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin volatilitésinin belirlenmesi,
- Portföylerin Artık Dalgalanma Derecelerinin bulunması,
- Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Sharpe, Treynor ve Jensen performans ölçütleri ile performanslarının ölçülmesi,
- Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin beta faktörlerinin, artık dalgalanma derecelerinin ve toplam rizikolarının Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerin beta faktörlerinden, artık dalgalanma derecelerinden ve toplam rizikolarından düşük olduğunu tespit etmek amacıyla oluşturulan hipotezlerin test edilmesi,

Hedeflenen beklenen getiri düzeyindeki en düşük varyanslı portföyü bulmak için modelde amaç fonksiyonu Denklem 4.1 ile gösterilmektedir.

$$\text{Min.} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad (4.1)$$

Kısıtlar;

$$\sum_{i,b=1}^N X_i \mu_i + X_b \mu_b = R \quad (4.2)$$

$$\sum_{i,b=1}^N (X_i) + X_b = 1 \quad (4.3)$$

$$X_i \geq 0, i = 1, \dots, N \quad (4.4)$$

$$X_b \leq 0, b = -\varpi, \dots, 0 \quad (4.5)$$

Burada,

N : Mevcut varlık sayısı

μ_i : i pay senedinin beklenen getirisini

σ_{ij} : i ve j pay senetleri arasındaki kovaryans değerini
($i=1, \dots, N$) ($j=1, \dots, N$), $i=j$ için i pay senedinin varyans değerini

R : Hedeflenen beklenen getiri düzeyini

X_i : i pay senedinin portföy içindeki oranı ($i=1, \dots, N$),

X_b : Açığa satılan b pay senedinin portföy içindeki

oranı

Denklem 4.1'de minimize edilmek istenen portföyün varyansı (rizikosu), Denklem 4.2'de portföyün beklenen getirisi ve Denklem 4.3'de pay senetleri oranlarının toplamı hesaplanmaktadır.

4.3 Uygulama Verilerinin Toplanması ve Veri Aralığının Seçimi

Uygulamada kullanılan verilerden ilki 02/01/2003 - 30/06/2009 tarihleri arasında İMKB 30 endeksinde sürekli işlem gören pay senetlerinin fiyatlarıdır. Pay senedine ait günlük düzeltilmiş kapanış fiyatları Datastream programının 5.0 versiyonu içinde bulunan veri portföyünden alınmıştır. Yukarıda belirtilen tarih aralığında İMKB 30'da sürekli işlem gören pay senetleri 17 adet olup bunlar sırasıyla; Akbank, Arçelik, Aygaz, Doğan

Holding, Doğan Yayın Holding, Ereğli Demir elik, Garanti Bankası, İş Bankası, Koç Holding, Migros, Petkim, Sabancı Holding, Türk Hava Yolları, Tüpraş, Tofaş Oto Fabrikaları, Turkcell İletişim Hizmetleri ve Yapı Kredi Bankası'dır.

Rizikosuz faiz oranı 180 gün vadeli bonoların yıllık bileşik faiz oranları kullanılarak hesaplanmaktadır. Uygulamada kullanılan veriler T.C. Başbakanlık Hazine Müsteşarlığının internet sitesinde³⁶⁵ istatistikler başlığı altında yer alan iskontolu ihale tablolarından elde edilmiştir.

Benchmark getirinin belirlenmesinde İMKB Tüm Endeksinin getirisinden faydalanılmaktadır. Uygulamaya konu olan dönemde İMKB Tüm Endeksinin getiri oranı Benchmark portföyünün getiri oranı olarak kabul edilmektedir. Uygulamada Benchmark portföyün beklenen getirisi İMKB Tüm endeksin getirisine paralel olarak negatif değerler alabilmektedir. Negatif beklenen getiriye yatırım yapmak gerçekçi davranan bir yatırımcı davranışı değildir. Ancak uygulamada İMKB Tüm endeksinin pozitif beklenen getiri sağladığı dönemler yükselen piyasa, negatif beklenen getiri sağladığı dönemler alçalan piyasa olarak kabul edildiğinde, uygulamaya konu olan modellerden hangisinin veya hangilerinin alçalan ve/veya yükselen piyasada daha tutarlı portföyler oluşturacağı belirlenecektir.

4.4 Uygulamanın Hipotezleri

Uygulamada altı aylık günlük veriler kullanılarak Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföyler Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portfylerle Beta Faktörleri, Artık Dalgalanma Dereceleri ve Toplam Rizikoları yönünden karşılaştırılacaktır. Michaud, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin normalden daha yüksek beklenen getirili portföyler oluşturduğunu ispat etmiřtir³⁶⁶. Bu alışma, hedeflenen beklenen getiri düzeyindeki en düşük varyanslı portföyü saptamayı amaçlamaktadır. Bu amaçla oluşturulan hipotezler aşağıdaki gibidir;

³⁶⁵ <http://www.hazine.gov.tr/irj/portal/anonymous/IcBorc>

³⁶⁶ Michaud, a.g.e., ss. 31-42.

$H_{0,1}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta Faktörleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.

$H_{1,1}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta Faktörleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşük değildir.

$H_{0,2}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Artık Dalgalanma Dereceleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür

$H_{1,2}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Artık Dalgalanma Dereceleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşük değildir.

$H_{0,3}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam rizikoları, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.

$H_{1,3}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam rizikoları, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşük değildir.

4.5 Uygulama Verilerinin Analizi

Uygulama, 6 aylık günlük toplam 120 veri düzeyinde Black - Litterman Modeli ile Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin karşılaştırmasını içermektedir. Uygulamada 02/01/2003 – 30/06/2009 tarihleri arasında yer alan her yıl kendi içinde altışar aylık iki dönem halinde incelenecektir. Dönemlerden ilki 02/01 – 30/06 tarihleri arası iken, diğer dönem 01/07 – 31/12 tarihleri arasını kapsamaktadır.

Tablo 4.1'de uygulamaya konu olan 17 işletmenin 20 Haziran 2009 tarihi itibarıyla toplam pay senedi sayıları verilmektedir.

Tablo 4.1 Portföy Kapsamındaki İşletmeler Ve Toplam Pay Senedi Sayıları

İşletme Kodu	Toplam Pay Senedi Sayısı
AKBNK	3.000.000.000
ARCLK	399.960.000
AYGAZ	300.000.000
DOHOL	2.450.000.000
DYHOL	618.500.000
EREGL	487.872.000
GARAN	4.200.000.000
ISCTR	2.756.555.000
KCHOL	2.012.617.500
MGROS	178.030.000
PETKM	204.750.000
SAHOL	1.371.795.885
THYAO	175.000.000
TOASO	500.000.000
TUPRS	250.419.200
TCELL	2.200.000.000
YKBNK	4.347.051.284

Geçmiş yıllara ya da dönemlere ait piyasa değerleri hesaplanırken içinde bulunulan yılda mevcut pay senedi sayısı ile düzeltilmiş pay senedi fiyatlarının çarpılması sonucu uygulamaya konu olan işletme için piyasa değerine ulaşılmaktadır. Örneğin Akbank pay senedinin 20 Haziran 2009 tarihinde mevcut pay senedi sayısı 3.000.000.000 adettir. 02/01/2003 tarihinde 1 adet Akbank pay senedi fiyatı 1,32 TL olduğuna göre Akbank'ın 02/01/2003 tarihindeki piyasa değeri 3.966.018.000 TL olarak hesaplanmaktadır. Uygulamaya konu olan işletmelerin 2003 yılı ilk altı aylık ait piyasa değerleri Tablo 4.2'de verilmektedir.

Tablo 4.2 Portföy Kapsamındaki Pay Sentlerinin Piyasa Değerleri

İşletme Kodu	Toplam Hisse Senedi Sayısı	1 Pay Senedi Fiyatı (TL)	Piyasa Değerleri
AKBNK	3.000.000.000	1,32	3.960.000.000
ARCLK	399.960.000	2,79	1.115.888.400
AYGAZ	300.000.000	1,49	447.000.000
DOHOL	2.450.000.000	0,29	710.500.000
DYHOL	618.500.000	0,98	606.130.000
EREGL	487.872.000	0,57	278.087.040
GARAN	4.200.000.000	0,47	1.974.000.000
ISCTR	2.756.555.000	1,15	3.170.038.250
KCHOL	2.012.617.500	2,08	4.186.244.400
MGROS	178.030.000	4,66	829.619.800
PEIKM	204.750.000	5,9	1.208.025.000
SAHOL	1.371.795.885	1,7	2.332.053.005
THYAO	175.000.000	5,72	1.001.000.000
TOASO	500.000.000	1	500.000.000
TUPRS	250.419.200	3,77	944.080.384
TCELL	2.200.000.000	1,87	4.114.000.000
YKBNK	4.347.051.284	0,52	2.260.466.668
		TOPLAM	29.637.132.946

Simon Beninga (1997) Benchmark portföy oranlarını belirlerken piyasa değerlerini kullanmaktadır. Benchmark portföy oranlarını saptamak için portföy kapsamındaki her bir yatırım aracının piyasa değerini, portföye katılan tüm yatırım araçlarının piyasa değerleri toplamına oranlanarak hesaplanmaktadır. Buna göre 2003 yılı ilk altı aylık ait piyasa değerleri Tablo 4.3'de gösterilmektedir.

Tablo 4.3 Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin Benchmark Dağılımı

İşletme Kodu	Piyasa Değerleri	Benchmark Portföy Oranı
AKBNK	3.966.018.000	13,33
ARCLK	1.116.879.101	3,75
AYGAZ	447.574.143	1,50
DOHOL	724.367.735	2,44
DYHOL	609.682.540	2,05
EREGL	279.023.022	0,94
GARAN	1.993.861.380	6,70
ISCTR	3.170.559.239	10,66
KCHOL	4.199.722.899	14,12
MGROS	830.792.306	2,79
PETKM	1.208.025.000	4,06
SAHOL	2.337.005.188	7,86
THYAO	1.001.477.400	3,37
TOASO	501.818.000	1,69
TUPRS	944.173.790	3,17
TCELL	4.131.100.600	13,89
YKBNK	2.284.022.904	7,68
TOPLAM	29.746.103.247	100

Benchmark portföy oranları belirlendikten sonra uygulama verileri Microsoft Office 2003 Excel yazılımı ile Tablo 4.4'deki şekilde düzenlenmiştir. Verilerin tamamı çok yer kaplayacağı için aralardaki veriler gizlenmiştir.

Tablo 4.4 Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Dönemine Ait Günlük Kapanış Fiyatları

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN	ISCTR	KCHOL
2	Pay Senedi Sayısı	3.000.000.000	399.960.000	300.000.000	2.450.000.000	618.500.000	487.872.000	4.200.000.000	2.756.555.000	2.012.617.500
3	02.01.2003	1,32	2,79	1,49	0,30	0,99	0,57	0,47	1,15	2,09
4	İşletme Büyüklüğü	3.966.018.000	1.116.879.101	447.574.143	724.367.735	609.682.540	279.023.022	1.993.861.380	3.170.559.239	4.199.722.899
5	BM ORAN 2003 1	0,133	0,038	0,015	0,024	0,020	0,009	0,067	0,107	0,141
6	BM YÜZDE	13,33	3,75	1,50	2,44	2,05	0,94	6,70	10,66	14,12
7	TARİH	AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN	ISCTR	KCHOL
8	02.01.2003	1,32	2,79	1,49	0,30	0,99	0,57	0,47	1,15	2,09
9	03.01.2003	1,39	2,90	1,49	0,31	1,02	0,60	0,48	1,18	2,12
126	26.06.2003	1,45	3,03	1,69	0,27	0,90	0,65	0,43	1,14	1,76
127	27.06.2003	1,47	3,01	1,69	0,27	0,91	0,66	0,43	1,16	1,79
128	30.06.2003	1,50	2,97	1,68	0,25	0,88	0,65	0,42	1,16	1,77

Veri olarak her bir pay senedinin günlük değişim oranları başka bir ifadeyle, getirileri dikkate alınmaktadır. Pay senetlerinin

getirileri hesaplanırken, finansal piyasalarda riziko faktörlerinin getiri dağılımları genellikle lognormal dağıldığından, en yaygın kullanılan yöntem olan logaritmik getiri yöntemi kullanılmaktadır. Buna göre, (R_t) bir değişkenin günlük logaritmik getirisi, (P_t) söz konusu günün kapanış fiyatı, (P_{t-1}) bir önceki günün kapanış fiyatı olmak üzere formül hesaplanmaktadır:

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (4.6)$$

Burada logaritmik getiriler hesaplanırken t dönemindeki pay senedi fiyatı t-1 yani bir gün önceki pay senedi fiyatına göre hesaplanmaktadır. Logaritmik getirilerin Excel’de hesaplanabilmesi için hesaplamanın yapılacağı sütuna “=LN(A_t / A_{t-1})” denklemi yazılır. Logaritmik getirilerin Excel’de hesaplanması Tablo 4.5’de gösterilmektedir.

Tablo 4.5 Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Ait Logaritmik Getirileri

B2	=LN(ANAVERIB9/ANAVERIB8)																
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	TARİH	AKBNK	ARCLK	AYGAG	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN	ISCTR	KCHOL	MGROS	PETKM	SAHOL	THYAO	TOASO	TUPRS	TCELL
2	03.01.2003	0,053	0,037	0,000	0,037	0,030	0,043	0,011	0,022	0,014	0,000	0,050	0,011	0,016	0,029	0,012	0,020
3	06.01.2003	-0,071	-0,037	-0,033	-0,076	-0,060	-0,029	-0,047	-0,057	-0,043	-0,034	-0,050	-0,034	-0,033	-0,058	-0,051	-0,050
4	07.01.2003	-0,057	-0,142	-0,034	-0,103	-0,064	-0,075	-0,061	-0,072	-0,061	-0,073	-0,070	-0,036	-0,051	-0,062	-0,053	-0,042
119	26.06.2003	0,044	0,015	-0,016	0,025	0,031	0,005	0,015	0,011	0,008	0,014	0,017	0,022	0,016	0,018	0,005	0,016
120	27.06.2003	0,012	-0,005	0,000	0,000	0,009	0,015	0,005	0,017	0,016	0,000	0,008	0,000	-0,008	0,006	0,000	0,005
121	30.06.2003	0,024	-0,015	-0,008	-0,065	-0,035	-0,015	-0,026	0,000	-0,008	0,000	-0,017	0,000	-0,016	-0,012	-0,016	0,005
122	ORTALAMA	0,001	0,001	0,001	-0,001	-0,001	0,001	-0,001	0,000	-0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,002	0,002	-0,001

Uygulamada ikinci adım, elde edilen günlük logaritmik getirilerin, günlük logaritmik getirilerin ortalamasından çıkartılmasıyla ortalamadan sapma tablosunun hazırlanmasıdır. Bu tablonun yapılmasındaki amaç Varyans-Kovaryans matrisine ulaşmaktır. Bu amaçla hesaplamının yapılacağı hücreye “=Günlük Logaritmik Getiri (B2) – Günlük Logaritmik Getirilerin Ortalaması (\$B\$122)” denklemi yazılarak ortalamadan sapmalar hesaplanır.

Tablo 4.6 Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Ait Logaritmik Getirinin Ortalamadan Sapma Matrisi

B128		fx =B2-\$B\$122					
	A	B	C	D	E	F	
127	Ri-OrtRi	AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	
128	03.01.2003	0,052	0,037	-0,001	0,038	0,031	
129	06.01.2003	-0,073	-0,038	-0,034	-0,074	-0,059	
130	07.01.2003	-0,058	-0,142	-0,035	-0,102	-0,063	
245	26.06.2003	0,043	0,014	-0,017	0,026	0,032	
246	27.06.2003	0,011	-0,005	-0,001	0,001	0,010	
247	30.06.2003	0,023	-0,016	-0,009	-0,083	-0,034	

Ortalamadan sapma tablosu hazırlandıktan sonra Varyans-Kovaryans matrisini oluşturmak için elde edilen tablonun devrik dönüşümü yapılmaktadır. Devrik dönüşümü yapılan tabloya Ortalamadan Sapma'nın Devrik Dönüşümü ya da Transpose'si tablosu denilmektedir. Bu amaçla hedef hücre belirlendikten sonra hedef hücreye “=DEVRIK_DÖNÜŞÜM(Ortalamadan Sapma Tablosunun Tamamı; Uygulamada B128;R247)” yazılmaktadır. Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta bulunmaktadır. Devriği alınacak alan belirlenirken oluşturulacak olan matrisin bozulmaması ve hesaplamaların doğru sonuç vermesi için bir önceki tablonun satır ve sütun sayılarının tam tersi bir alan seçilerek denklem girilmelidir. Bu yapılmadığı takdirde uygulama doğru sonuç vermeyebilir.

Tablo 4.7 Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Logaritmik Getirilerinin Ortalamadan Sapma Matrisinin Devrik Dönüşüm Matrisi

B250		fx {=DEVRIK_DÖNÜŞÜM(B128:R247)}						
	A	B	C	D	E	F	G	H
249	DEVRIK_DÖNÜŞÜM	03.01.2003	06.01.2003	07.01.2003	08.01.2003	09.01.2003	10.01.2003	13.01.2003
250	AKBNK	0,05	-0,07	-0,06	0,06	0,04	0,00	0,03
251	ARCLK	0,04	-0,04	-0,14	0,10	0,00	0,00	0,04
252	AYGAZ	0,00	-0,03	-0,03	0,03	0,00	-0,01	0,02
253	DOHOL	0,04	-0,07	-0,10	0,08	0,02	-0,02	0,02
254	DYHOL	0,03	-0,06	-0,06	0,04	0,06	-0,01	0,05
255	EREGL	0,04	-0,03	-0,08	0,04	0,04	0,04	0,03
256	GARAN	0,01	-0,05	-0,06	0,04	-0,01	0,01	0,03
257	ISCTR	0,02	-0,06	-0,07	0,06	-0,02	-0,01	0,01
258	KCHOL	0,02	-0,04	-0,06	0,02	0,02	-0,01	0,03
259	MGROS	0,00	-0,03	-0,07	0,04	-0,02	0,00	0,00
260	PETKM	0,05	-0,05	-0,07	0,10	0,03	0,03	0,12
261	SAHOL	0,01	-0,03	-0,04	0,02	0,00	0,00	0,02
262	THYAO	0,02	-0,03	-0,05	0,08	0,00	0,02	0,03
263	TOASO	0,03	-0,06	-0,06	0,04	-0,03	0,00	0,04
264	TUPRS	0,01	-0,05	-0,06	0,03	0,00	0,00	0,00
265	TCELL	0,02	-0,05	-0,04	0,02	0,02	0,02	0,01
266	YKBNK	0,00	-0,03	-0,13	0,07	-0,02	0,00	0,00

Ortalamalardan sapmaların devrik dönüşüm matrisi oluşturulduktan sonra Varyans-Kovaryans matrisine ulaşmak için Ortalamadan Sapma matrisi ile bu matrisin devriği çarpılarak gözlem sayısına bölünür. Bu uygulamada gözlem sayısı 120 olduğu için çarpım 120'ye bölünmüştür.

$$\text{Varyans Kovaryans Matrisi: } \frac{\left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} \mu_{i,t...n} - \bar{\mu}_i \\ \mu_{i,t...n} - \bar{\mu} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \mu_{i,t...n} - \bar{\mu}_i \\ \mu_{i,t...n} - \bar{\mu} \end{array} \right]^{-1} \\ n \end{array} \right]}{n} \quad (4.7)$$

Tablo 4.8'de yer alan Varyans-Kovaryans matrisine 4.7 no'lu Denklem yardımıyla ulaşılmaktadır.

Tablo 4.8 Varyans-Kovaryans Matrisi

B269	A	B	C	D	E	F	G	H
268	VARKOVAR	AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN
269	AKBNK	0,0013	0,0010	0,0006	0,0012	0,0010	0,0009	0,0010
270	ARCLK	0,0010	0,0016	0,0007	0,0012	0,0010	0,0010	0,0011
271	AYGAZ	0,0006	0,0007	0,0007	0,0008	0,0007	0,0006	0,0007
272	DOHOL	0,0012	0,0012	0,0008	0,0016	0,0012	0,0011	0,0012
273	DYHOL	0,0010	0,0010	0,0007	0,0012	0,0014	0,0009	0,0010
274	EREGL	0,0009	0,0010	0,0006	0,0011	0,0009	0,0011	0,0009
275	GARAN	0,0010	0,0011	0,0007	0,0012	0,0010	0,0009	0,0012
276	ISCTR	0,0011	0,0012	0,0007	0,0014	0,0011	0,0010	0,0013
277	KCHOL	0,0009	0,0009	0,0006	0,0010	0,0009	0,0008	0,0009
278	MGROS	0,0007	0,0007	0,0004	0,0008	0,0007	0,0006	0,0007
279	PETKM	0,0010	0,0011	0,0007	0,0012	0,0011	0,0009	0,0010
280	SAHOL	0,0008	0,0009	0,0005	0,0010	0,0008	0,0008	0,0009
281	THYAO	0,0009	0,0009	0,0006	0,0011	0,0009	0,0008	0,0009
282	TOASO	0,0010	0,0011	0,0006	0,0012	0,0010	0,0009	0,0010
283	TUPRS	0,0009	0,0009	0,0006	0,0010	0,0009	0,0008	0,0009
284	TCELL	0,0008	0,0008	0,0005	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008
285	YKBNK	0,0009	0,0011	0,0006	0,0012	0,0009	0,0009	0,0011

4.6 Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne Göre Portföy Optimizasyonu

Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nde optimal portföy ağırlıklarının hesaplanabilmesi için öncelikle rizikosuz faiz oranını aşan günlük ortalama sapmalar matrisi oluşturulmuştur. Oluşturulan bu matris Varyans-Kovaryans matrisinin tersiyle çarpılmıştır. Çarpımın sonucu her bir pay senedinin portföy içerisindeki oranını belirtmektedir. Her bir pay senedi için bulunan oran toplama oranlandığında pay senetlerinin portföy içerisinde ne kadar pay alacağı belirlenmiş olmaktadır. Ortalama - Varyans Modeli'ne göre portföy ağırlıkları Denklem 4.8 yardımı ile hesaplanır.

$$\text{Optimal Portföy } \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{17}\}: \sum \left[VcV^{-1} * \begin{bmatrix} \bar{\mu}_{AK} - rf \\ \bar{\mu}_{AR} - rf \\ \dots \\ \dots \\ \bar{\mu}_{YKB} - rf \end{bmatrix} \right] \quad (4.8)$$

Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile optimal portföy ağırlıklarına ulaşmak için Excel yazılımında dikkat edilmesi gereken bir nokta bulunmaktadır. Eşitliğin pay kısmında bulunan matris yani VcV , ortalamalardan rizikosuz faiz oranının çıkartıldığı matris ile birebir çarpılamamaktadır. Bu amaçla Varyans-Kovaryans matrisinin Dizey Tersini alınmaktadır. Uygulamada günlük rizikosuz faiz oranı hesaplanırken Hazine Müsteşarlığının iskontolu ihale tablolarından elde edilen 180 gün vadeli bonoların yıllık bileşik faizleri rizikosuz faiz oranı olarak kullanılmaktadır. Çalışmada kullanılan veriler günlük veri olduğu için, yıllık bileşik faiz oranının günlük bileşik faiz oranına çevrilmesi gerekmektedir. Tablo 4.9'da 2003-2009 yılları arasında gerçekleşen yıllık ve günlük bileşik faiz oranları gösterilmiştir.

Tablo 4.9 Yıllık ve Günlük Bileşik Faiz Oranları

Dönem	Yıllık Bileşik Faiz (%)	Günlük Bileşik Faiz (%)
2003-1	57,10	0,1238000
2003-2	45,95	0,1036500
2004-1	27,74	0,0671000
2004-2	26,62	0,0646900
2005-1	18,40	0,0483000
2005-2	16,18	0,0410962
2006-1	14,73	0,0375180
2006-2	22,61	0,0558700
2007-1	20,40	0,0508760
2007-2	17,24	0,0435860
2008-1	16,29	0,0413560
2008-2	19,07	0,0478310
2009-1	16,18	0,0410962

Bu veriler ışığında ve optimal portföy ağırlıklarını verecek olan denklem ile Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne göre 2003 yılı ilk altı aylık dönemine ait oluşturulacak portföyün ağırlıklarını hesaplamak için öncelikle Varyans-Kovaryans matrisinin Excel yazılımı kullanılarak DİZEY_TERSİ alınır. Varyans-Kovaryans matrisinin DİZEY_TERSİ tek bir rakamdan oluşan bir orandır. Günlük ortalama getirilerden günlük rizikosuz faiz oranı çıkartıldığında denklemin üst tarafında yer alan ikinci bölüm tamamlanmış olur. Bulunan rakamlar ile Varyans-Kovaryans matrisinin DİZEY_TERSİ teker teker çarpılarak çıkan sonuçların toplamı alınır. Daha sonra bu rakamlar toplama oranlanarak Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin optimal portföy ağırlıkları bulunur. Tablo 4.10'da 2003 yılı ilk altı aylık döneme ait portföy ağırlıkları verilmektedir.

Tablo 4.10 Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Dönemine Ait Markowitz Portföy Ağırlıkları

B288	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
286										
287	PAY SENETLERİ	MARKOWITZ PORTFÖY AĞIRLIKLARI	%							
288	AKBNK	16,5197	1651,97							
289	ARCLK	-2,1868	-218,68							
290	AYGAZ	8,2348	823,48							
291	DOHOL	-19,1170	-1911,70							
292	DYHOL	-2,4716	-247,16							
293	EREGL	10,5160	1051,60							
294	GARAN	-5,6207	-562,07							
295	ISCTR	-3,6462	-364,62							
296	KCHOL	-27,7977	-2779,77							
297	MGROS	1,3374	133,74							
298	PETKM	1,1977	119,77							
299	SAHOL	-9,8921	-989,21							
300	THYAO	0,6280	62,80							
301	TOASO	24,6896	2468,96							
302	TUPRS	17,2235	1722,35							
303	TCELL	-8,5799	-857,99							
304	YKBNK	-0,0347	-3,47							
305	TOPLAM	1	100,00							

Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin ağırlıkları Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11 2003 – 2009 Dönemleri Arası Markowitz Portföy Ağırlıkları (%)

MV PORTFÖY	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
AKBNK	1652,0	50,2	-43,0	28,1	263,3	33,9	-16,7	2,4	-140,3	137,3	59,0	-5,03	1,8
ARCLK	-218,7	-9,1	-30,7	-54,8	-367,4	-19,7	-29,8	82,3	77,8	1237,8	53,4	40,53	-5,4
AYGAZ	823,5	27,3	89,0	-116,1	360,3	80,5	75,8	33,1	-26,3	-202,2	35,7	43,79	92,7
DOHOL	-1911,7	-17,5	-64,3	1,4	-788,7	-32,8	-107,7	217,8	154,4	737,6	-65,4	0,97	9,1
DYHOL	-247,2	-12,7	38,2	-33,0	205,2	18,8	37,9	-19,4	-80,6	407,8	104,9	35,37	-21,7
EREGL	1051,6	12,2	-7,0	194,8	-818,6	75,8	38,0	-36,1	97,1	-410,9	-55,4	26,81	-12,6
GARAN	-562,1	-0,4	-38,7	39,1	-1210,9	87,3	42,7	-102,6	213,9	-590,1	0,0	8,96	77,2
ISCTR	-364,6	-32,1	-10,8	12,4	301,0	24,0	96,7	0,0	-237,3	-370,7	-38,0	-95,13	-32,1
KCHOL	-2779,8	-12,4	40,3	1,9	678,0	-1,1	-10,4	-92,6	-109,6	-147,8	72,3	11,04	-8,8
MGROS	133,7	48,3	35,9	152,8	250,4	-20,3	-28,9	-99,8	71,3	-57,2	15,2	58,55	37,4
PETKM	119,8	13,0	-2,2	-18,4	453,2	-14,2	141,3	181,6	109,6	-387,7	18,5	-13,56	19,4
SAHOL	-989,2	-20,7	122,8	-76,5	-44,3	20,0	-13,5	-159,2	-81,0	52,7	9,1	-44,57	5,4
THYAO	62,8	19,5	17,3	-5,8	-55,0	-66,2	-3,9	-68,0	75,7	334,4	-52,9	-30,68	40,8
TOASO	2469,0	15,4	32,8	-20,8	1377,0	30,6	-63,7	-9,0	59,0	-27,6	-7,6	62,68	48,3
TUPRS	1722,3	3,8	5,4	27,1	-660,7	-47,1	-52,3	114,1	-21,8	-128,5	-49,5	41,59	9,5
TCELL	-858,0	18,1	-76,3	20,3	573,3	-33,8	-8,2	124,9	18,1	-304,4	-7,5	-9,43	-31,9
YKBNK	-3,5	-3,1	-8,8	-52,6	-418,0	-35,6	2,8	-69,5	-80,0	-380,4	8,2	-31,89	-131,1
TOPLAM	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Markowitz portföyünün beklenen getirisinin hesaplanmak için ilk önce benchmark'ın beklenen getirisinden rizikosuz faiz oranı çıkartılır. Daha sonra çıkan sayı Markowitz portföyünün varyansına bölünür. İşlem sonucunda ulaşılan sayı Varyans-Kovaryans matrisi ve Markowitz portföy ağırlıkları ile çarpılarak üzerine rizikosuz faiz oranı eklenir. Böylece Markowitz pay senetlerinin beklenen getirisine ulaşılır. Markowitz modeli'ne göre pay senetlerinin beklenen getirisi 4.9 no'lu denklem yardımıyla bulunabilir. Tablo 4.12'de pay senetlerinin ve portföyün beklenen getirilerinin hesaplanması görülmektedir.

$$\text{Pay Senedi Beklenen Get.} : [VCV] * [MPA] * \left[\frac{\text{BenchmarkBG} - rf}{[MPA][VCV][MPA]^{-1}} \right] + rf \quad (4.9)$$

Tablo 4.12 Portföy Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Beklenen Getirilerinin Hesaplanması

	A	B	C	D	E	F
1		02.01.2003	20.06.2003	EM GETİRİSİ 120	CKAREKÖK 120	GÜNLÜK EM GETİRİSİ
2	İMKB TUM KAPANIŞ	10355	10653	0,02614502	10,95445115	0,002386703
3		AKENK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL
4	İşleme Büyüklüğü	3.966.018.000	1.116.879.101	447.574.143	724.367.735	609.682.540
5	MAR. PORT. AĞ.	16,52	- 2,19	8,23	- 19,12	- 2,47
6						
7	VARKOVAR	AKENK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL
8	AKENK	0,0013	0,0010	0,0006	0,0012	0,0010
9	ARCLK	0,0010	0,0016	0,0007	0,0012	0,0010
24	YKENK	0,0009	0,0011	0,0006	0,0012	0,0009
25	YILLIK BİLEŞİK FAİZ	0,5710				
26	GÜNLÜK	0,001238				
27		PAY SENEDİ BG	MAR. PORT. BEK. GET.			
28	AKENK	0,001236976	0,002386703			
29	ARCLK	0,001233578				
44	YKENK	0,00123106				

Pay senetlerinin günlük beklenen getirileri Markowitz portföy ağırlıkları ile çarpıldığına benchmark portföyünün günlük beklenen getirisine ulaşılır. C28 no'lu hücrede Markowitz portföyünün günlük beklenen getirisi hesaplanmaktadır. Hesaplanan günlük beklenen getiri Benchmark portföyünün beklenen getirisine eşittir.

4.7 Black - Litterman Modeli'ne Göre Portföy Optimizasyonu

Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nde portföy ağırlıklarına ulaştıktan sonra portföyün beklenen getirisine ulaşılmaktadır. Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin sonuçlandığı bu noktada Black - Litterman Modeli başlamaktadır. Tablo 4-12'de Markowitz portföy ağırlıkları yerine Benchmark portföy ağırlıkları da girilse pay senetlerinin beklenen getirilerinde hiçbir değişiklik olmayacaktır. Bu noktada Black - Litterman Modeli, portföy ağırlıklarını benchmark'ın beklenen getirilerine oranlayarak oluşturmaktadır. Bu amaçla Varyans-Kovaryans matrisinin varyansa bölünmesi sonucunda oluşan korelasyon matrisinin tersi alınarak pay senedi beklenen getirileriyle çarpılır ve çıkan sonuçtan rizikosuz faiz oranı çıkartılır. Daha sonra çıkan sonuçların toplamı alınır. Çıkan sonuçlar toplama oranlandığında Black - Litterman optimal portföy ağırlıklarına ulaşılmaktadır. Black - Litterman portföy ağırlıklarına ulaşmak için Denklem 4.10 kullanılmaktadır.

$$\text{Black - Litterman Portföy Ağırlığı: } \frac{\left[\frac{VcV}{Var} \right]^{-1} * [E(R_i)] - rf}{\sum \left[\frac{VcV}{Var} \right]^{-1} * [E(R_i)] - rf} \quad (4.10)$$

Ancak Black - Litterman portföy ağırlıklarını bulmadan önce Varyans matrisinin oluşturulması gerekmektedir. Tablo 4.13'de varyans matrisi görülmektedir.

Tablo 4.13 Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Varyans Matrisi

B124		=VAR(B2:B121)						
	A	B	C	D	E	F	G	H
123	VARYANS MATRİSİ	AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN
124	AKBNK	0,0013	0,0014	0,0010	0,0015	0,0014	0,0012	0,0013
125	ARCLK	0,0014	0,0016	0,0012	0,0016	0,0015	0,0013	0,0014
126	AYGAZ	0,0010	0,0012	0,0007	0,0012	0,0011	0,0009	0,0010
127	DOHOL	0,0015	0,0016	0,0012	0,0016	0,0015	0,0014	0,0014
128	DYHOL	0,0014	0,0015	0,0011	0,0015	0,0014	0,0013	0,0013
129	EREGL	0,0012	0,0013	0,0009	0,0014	0,0013	0,0011	0,0012
130	GARAN	0,0013	0,0014	0,0010	0,0014	0,0013	0,0012	0,0012
131	ISCTR	0,0015	0,0016	0,0012	0,0016	0,0015	0,0014	0,0014
132	KCHOL	0,0011	0,0013	0,0009	0,0013	0,0012	0,0010	0,0011
133	MGROS	0,0010	0,0011	0,0007	0,0012	0,0011	0,0009	0,0010
134	PETKM	0,0018	0,0019	0,0015	0,0019	0,0018	0,0016	0,0017
135	SAHOL	0,0011	0,0012	0,0008	0,0012	0,0011	0,0010	0,0010
136	THYAO	0,0013	0,0014	0,0010	0,0014	0,0013	0,0012	0,0012
137	TOASO	0,0013	0,0014	0,0010	0,0015	0,0014	0,0012	0,0013
138	TUPRS	0,0012	0,0013	0,0009	0,0013	0,0012	0,0011	0,0011
139	TCELL	0,0012	0,0013	0,0009	0,0013	0,0012	0,0011	0,0011
140	YKBNK	0,0014	0,0015	0,0011	0,0016	0,0015	0,0013	0,0014

Varyans matrisi hazırlandıktan sonra Black - Litterman Modeli için bulunacak portföy ağırlıklarının hesaplanması gerekmektedir. Bunun için öncelikle 4.10 no'lu denklemde gösterildiği gibi, Varyans-Kovaryans matrisinin Varyans matrisine bölünmesi gerekmektedir. Bu işlem sonucunda korelasyon matrisine ulaşılmaktadır. Tablo 4.14'de korelasyon matrisi verilmektedir.

Tablo 4.14 Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Korelasyon Matrisi

B48	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
47	KORELASYON MATRİSİ	AKBNK	ARCLK	AYGAZ	DOHOL	DYHOL	EREGL	GARAN	ISCTR	KCHOL	MGROS	PETKM	SAHOL	THYAO	TOASO	TUPRS	TCELL	YKBNK
48		1,0	0,7	0,5	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	0,6	0,6	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
49		0,7	1,0	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,8	0,6	0,8	0,7	0,6	0,7
50		0,5	0,6	1,0	0,7	0,6	0,6	0,7	0,6	0,7	0,6	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,5	0,6
51		0,8	0,8	0,7	1,0	0,8	0,8	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8
52		0,7	0,7	0,6	0,8	1,0	0,7	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6
53		0,8	0,8	0,6	0,8	0,7	1,0	0,8	0,8	0,8	0,6	0,5	0,8	0,7	0,7	0,8	0,7	0,7
54		0,8	0,8	0,7	0,9	0,8	0,8	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,9	0,7	0,8	0,8	0,7	0,8
55		0,8	0,7	0,6	0,8	0,7	0,8	0,9	1,0	0,8	0,7	0,6	0,8	0,7	0,8	0,8	0,7	0,8
56		0,8	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8	1,0	0,7	0,5	0,8	0,7	0,8	0,8	0,7	0,7
57		0,6	0,6	0,6	0,7	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	1,0	0,4	0,7	0,6	0,6	0,7	0,6	0,6
58		0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,5	0,6	0,6	0,5	0,4	1,0	0,5	0,6	0,6	0,5	0,5	0,6
59		0,8	0,8	0,6	0,8	0,7	0,8	0,9	0,8	0,8	0,7	0,5	1,0	0,7	0,8	0,8	0,7	0,7
60		0,7	0,6	0,6	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,7	1,0	0,7	0,7	0,6	0,7
61		0,7	0,8	0,6	0,8	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,6	0,6	0,8	0,7	1,0	0,7	0,7	0,7
62		0,7	0,7	0,7	0,8	0,7	0,8	0,8	0,8	0,8	0,7	0,5	0,8	0,7	0,7	1,0	0,7	0,7
63		0,7	0,6	0,5	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6	0,5	0,7	0,6	0,7	0,7	1,0	0,7
64		0,7	0,7	0,6	0,8	0,6	0,7	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	1,0

Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföyün ağırlıklarını belirleyebilmek için oluşturulan korelasyon matrisinin devriği ile portföy yatırımcısının ya da portföy sahibinin piyasa beklentileri dışında sahip olduğu görüşlerin çarpılarak çıkan sayıdan rizikosuz faiz oranının çıkarılması ile yukarıda verilen denklemin payda kısmı tamamlanmaktadır. Denklemin paydası ise çıkan sayıların toplanması gerektiğini göstermektedir. Black - Litterman Modeli'nde paydanın toplamı -0,003453941 çıkmıştır. Her bir pay senedi için pay kısmında oluşan sayılar paydaya bölündüğünde Black - Litterman portföy ağırlıklarına ulaşılmış olmaktadır. Tablo 4.15'de ulaşılan Black - Litterman Portföy ağırlıkları gösterilmektedir.

Tablo 4.15 Black - Litterman Portföy Ağırlıkları

F67	A	B	C	D	E	F	G	H
		BL BEKLENEN GET	SOLVER	TAHMİN SONRASI BG		DÜZELTİLMİŞ ORANLAR	BL PORTFÖY AĞIRL.	YÜZDE
66								
67	AKBNK	0,00246041	0	0,00246	AKBNK	-0,000204788	0,1425583144	14,25583144
68	ARCLK	0,002479122	0	0,00248	ARCLK	-0,000271589	0,1270300329	12,70300329
69	AYGAZ	0,001985352	0	0,00199	AYGAZ	-0,000273628	0,2683026301	26,83026301
70	DOHOL	0,002636757	0	0,00263	DOHOL	0,000642545	-3,000572608	-30,0572608
71	DYHOL	0,002398984	0	0,00240	DYHOL	-0,000278212	0,1310277589	13,10277589
72	EREGL	0,002314739	0	0,00231	EREGL	-1,48364E-05	0,0256379574	2,563795738
73	GARAN	0,002482706	0	0,00248	GARAN	0,000933616	-0,4460339646	-44,60339646
74	ISCTR	0,002625547	0	0,00263	ISCTR	-0,000357401	0,1671671067	16,71671067
75	KCHOL	0,002310354	0	0,00231	KCHOL	0,000141285	-0,0680830925	-6,808309246
76	MGROS	0,002029767	0	0,00203	MGROS	-0,000606727	0,2837837751	28,37837751
77	PETKM	0,002470392	0	0,00247	PETKM	-0,000593954	0,2787448935	27,87448935
78	SAHOL	0,002250447	0	0,00225	SAHOL	4,59808E-05	-0,0215085761	-2,150857614
79	THYAO	0,002318368	0	0,00232	THYAO	-9,07664E-05	0,0424540832	4,24540832
80	TOASO	0,002492218	0	0,00249	TOASO	-2,77641E-05	0,0129860923	1,298609234
81	TUPRS	0,002283909	0	0,00228	TUPRS	-0,000141444	0,06811371564	6,811371569
82	TCELL	0,002237284	0	0,00223	TCELL	-0,000394603	0,1845671799	18,45671799
83	YKBNK	0,002467399	0	0,00247	YKBNK	-0,000223484	0,1046234852	10,46234852
84				TOPLAM		-0,001337989	1	100

Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin 2003-2009 yılları arasındaki dokuz döneme ait portföy ağırlıkları Tablo 4.16'da verilmiştir.

Tablo 4.16 2003 – 2009 Yılları Arası Black - Litterman Portföy Ağırlıkları

BL PORTFÖY	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
AKENK	14,3	44,6	33,5	25,4	26,1	27,4	8,0	26,3	25,8	31,2	28,8	-135,7	25,1
ARCLK	12,7	-4,3	15,2	19,0	10,8	18,8	24,7	22,9	16,0	16,9	25,8	182,4	14,8
AYGAZ	26,8	64,5	13,2	6,2	8,9	18,0	13,5	15,3	12,3	22,1	12,0	78,5	14,1
DOHOL	-30,1	-18,6	-4,3	0,2	7,6	5,4	1,9	-2,4	0,5	0,9	-1,7	-105,5	8,1
DYHOL	13,0	-1,0	7,5	6,0	6,1	5,6	20,7	13,8	9,2	0,8	11,2	122,9	11,0
EREGL	2,6	2,2	7,3	3,7	5,0	14,7	10,9	12,3	11,7	5,6	17,2	-847,0	5,7
GARAN	-44,6	-0,5	4,1	-8,9	0,6	13,0	-9,1	-8,0	-0,9	-13,9	-9,3	710,1	-2,6
ISCTR	16,7	1,5	-10,3	-2,2	-12,7	-13,1	0,4	-7,9	-2,4	-5,1	-9,7	-418,9	-0,3
KCHOL	-6,6	1,5	-11,5	-0,6	-2,5	6,0	-6,4	-0,5	1,4	-3,3	3,6	130,0	-2,7
MGR0S	28,4	8,6	19,3	13,0	11,7	-2,1	9,5	11,3	13,3	20,0	21,9	129,5	22,6
PETKM	27,9	39,3	12,1	10,7	18,3	-0,9	4,5	5,9	5,7	4,9	9,3	276,1	4,0
SAHOL	-2,2	-6,5	-18,9	-8,3	-15,6	-4,6	-7,1	-7,0	-23,5	-6,7	-15,4	-70,9	-14,6
THYAO	4,2	-24,4	12,9	25,1	5,0	-4,7	20,2	18,5	15,9	2,0	5,8	-212,5	10,9
TOASO	1,3	13,2	-6,1	2,8	1,7	4,6	3,8	10,3	9,5	1,1	-4,7	248,7	4,2
TUPRS	6,6	-37,3	12,3	4,3	21,0	4,6	3,1	-1,7	8,5	8,1	3,8	52,6	10,6
TCELL	18,5	21,4	4,3	1,5	2,3	2,9	-2,9	-3,9	7,3	17,1	3,0	84,7	8,9
YKENK	10,5	-4,0	9,5	2,2	5,6	4,3	4,3	-5,1	-10,4	-1,7	-1,6	-125,0	-19,7
TOPLAM	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

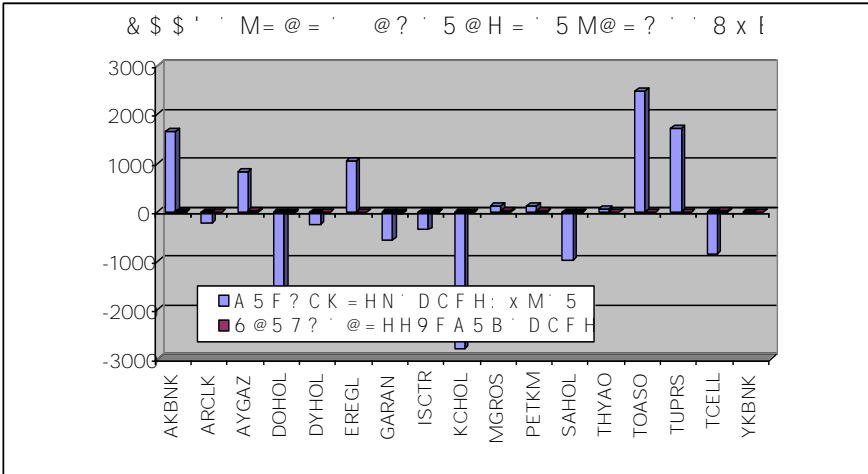
Bu aşamada 2003 yılı ilk altı aylık döneme ait Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulmuş portföylerin ağırlıkları belirlenmiştir. Tablo 4.17'de her iki modele ait portföy ağırlıkları yer almaktadır.

Tablo 4.17 Portföye Kapsamındaki Pay Senetlerinin 2003 Yılı İlk Altı Aylık Döneminde Black - Litterman ve Markowitz Portföy Ağırlıkları

Pay Senedi Kodu	B-L Yüzde Oran	MV Yüzde Oran
AKBNK	14,26	1651,97
ARCLK	12,70	-218,68
AYGAZ	26,83	823,48
DOHOL	-30,05	-1911,70
DYHOL	13,01	-247,16
EREGL	2,57	1051,60
GARAN	-44,60	-562,07
ISCTR	16,72	-364,62
KCHOL	-6,61	-2779,77
MGROS	28,38	133,74
PETKM	27,87	119,77
SAHOL	-2,15	-989,21
THYAO	4,25	62,80
TOASO	1,30	2468,96
TUPRS	6,62	1722,35
TCELL	18,46	-857,99
YKBNK	10,46	-3,47
TOPLAM	100	100

Grafiksel olarak bakıldığında iki model arasındaki fark daha belirgin olarak ortaya çıkmaktadır.

Grafik 4.1 Black - Litterman ve Markowitz Portföy Ağırlıkları



Burada dikkat edilmesi gereken bir nokta da, Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerde Excel yazılımındaki

solver menüsünün kullanılmasıdır. Solver menüsü yatırımcıya bir ya da birden çok pay senedi için olumlu ya da olumsuz beklentisini yansıtılma olanağı sunmaktadır. Yatırımcı görüşünü bildirdiği anda daha önceden oluşturulan portföy ağırlıkları beklentinin yönüne göre pay senedinin diğer pay senetleri ile arasındaki korelasyonu da dikkate alarak değişmektedir. Bunu bir örnekle açıklamak gerekirse; portföy yöneticisinin AKBNK pay senedi ile ilgili olarak modelin belirlediği %0,002’lik beklenen getirinin üzerinde %0,00059 puan yani %0,003’lik bir getiri beklediği belirlendiğinde yeni beklenen getiriler ve portföy ağırlıklarının değişimi Tablo 4.18’de gösterilmektedir.

Tablo 4.18 Tahmin Öncesi ve Sonrası Beklenen Getiri ve Portföy Ağırlığı Değişimi

Pay Senedi Kodu	Eski Beklenen Getiri	Yeni Beklenen Getiri	Eski Portföy Ağırlığı	Yeni Portföy Ağırlığı
AKBNK	0,00241	0,00300	0,143	-0,594
ARCLK	0,00241	0,00283	0,127	0,168
AYGAZ	0,00225	0,00257	0,268	0,183
DOHOL	0,00247	0,00293	-0,301	-0,149
DYHOL	0,00239	0,00280	0,130	0,135
EREGL	0,00236	0,00281	0,026	0,094
GARAN	0,00242	0,00289	-0,446	-0,439
ISCTR	0,00247	0,00292	0,167	0,340
KCHOL	0,00236	0,00283	-0,066	0,146
MGROS	0,00227	0,00264	0,284	0,300
PETKM	0,00241	0,00274	0,279	0,334
SAHOL	0,00234	0,00279	-0,022	0,017
THYAO	0,00236	0,00276	0,042	0,013
TAOSO	0,00240	0,00283	0,013	-0,042
TUPRS	0,00235	0,00278	0,066	0,101
TCELL	0,00234	0,00277	0,185	0,314
YKBNK	0,00241	0,00281	0,105	0,078
		TOPLAM	1	1

4.8 Portföy Performanslarının Ölçülmesi

Yukarıda açıklanmaya çalışılan iki yöntem ile 02/01/2003 – 30/06/2009 tarihleri arasındaki toplam 13 dönem karşılaştırılmıştır. Uygulamanın bundan sonraki aşamasında elde edilen portföy

ağırlıkları ile Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne göre mi yoksa Black - Litterman Modeli'ne göre mi oluşturulan portföylerin daha başarılı olduğunun saptanmasına çalışılacaktır. Bu amaçla öncelikle portföylerin performansları ölçülecektir.

Portföyün performansının ölçülmesinde portföyün getirisi ile sahip olduğu riziko derecesinin ölçülmesi gerekir. Bir portföyün doğal olarak sadece getirisine bakmak yeterli değildir. Üstlenilen riziko düzeyi bilinmeksizin bu getirinin yeterince yüksek bir getiri mi yoksa ortalamanın altında kalan düşük bir getiri mi olduğu anlaşılamaz. Portföy performanslarının rizikoya dayalı olarak ölçülmesinde öncülüğü Sharpe, Treynor ve Jensen yapmışlardır ve oluşturdukları endeksler portföy performansının ölçülmesinde iyi birer ölçüt olmuş ve geniş kullanım alanı bulmuştur.

Sharpe, portföyün hem getirisini hem de rizikosunu hesaba katan tek parametrelili bir portföy performans ölçütü oluştururken Treynor, portföy performansının, sistematik riziko ölçütü Beta katsayısı ile ölçülmesini öngörmektedir.

Portföylerin performanslarını ölçmeye başlamadan önce performans ölçümünde kullanılacak oranlar hesaplanmaktadır. Bunlar sırasıyla, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin getirilerinin volatilitesi (σ_{MW}), Black - Litterman Portföy Modeli ile oluşturulan portföylerin getirilerinin volatilitesi (σ_{BL}), Benchmark Portföyü getirilerinin volatilitesi (σ_{BM}) ve oluşturulan tüm portföylerin Betaları.

Benchmark portföyünün varyansı Benchmark portföy ağırlık matrisinin önce Varyans-Kovaryans matrisiyle daha sonra kendisinin tersiyle çarpılması sonucunda bulunmaktadır. Benchmark getirilerinin yıllık volatilitelerini bulmak için ise, önce Benchmark portföyünün varyansının karekökü alınır ve Benchmark portföyünün standart sapması bulunur. Uygulamada kullanılan veriler günlük veri olduğu için Benchmark portföyünün standart sapması ilgili yıldaki gün sayısının karekökü ile çarpılarak Benchmark portföyünün yıllık volatilitesine ulaşılmaktadır. Örnekte 2003 yılı ilk altı aylık Benchmark portföyünün varyansının 0,0009231 olduğu görülmektedir. Varyansın karekökü Benchmark portföyünün Standart Sapmasıdır. Bulunan standart sapma ilgili dönemde iş günü sayısı 249 olduğu için $\sqrt{249}$ ile çarpıldığında

Benchmark portföyünün yıllık volatilitesi 0,4794 yani %47,94 olarak bulunmaktadır. 2003 yılında 249 olan işgünü sayısı 2004 yılında 250 gün, 2005 yılında 253 gün, 2006 yılında 250 gün, 2007 yılında 251 gün, 2008 ve 2009 yılında 250 gün olarak gerçekleşmiştir. Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin volatilitelerinin belirlenmesinde de aynı yöntem uygulanmaktadır.

Uygulamada ihtiyaç duyulan bir diğer veri de Beta Faktörüdür. Pay senetlerinin Beta Faktörü Denklem 4.11 yardımıyla bulunur;

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,m}}{\sigma_m^2} \quad (4.11)$$

Beta faktörü portföylerin toplam rizikosunun ölçülmesinde de kullanılmaktadır. Portföy kapsamındaki her bir pay senedinin betası portföy içindeki ağırlıklarıyla çarpılarak elde edilen sonuçlar toplandığında portföyün betası elde edilir. Portföyün beta faktörüne ulaşmak için Denklem 4.12 kullanılır:

$$\beta_{PF} = \sum_{i=1}^n x_i \beta_i \quad (4.12)$$

Tablo 4.19'da 2003 yılı ilk altı aylık dönemde uygulamaya konu olan iki modelle oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinin hesaplanması görülmektedir.

Tablo 4.19 Black - Litterman ve Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile Oluşturulan Portföylerin Beta Faktörlerinin Bulunması

BETA	2003-1	MV PORT. AĞIR.	MV BETA	BL PORT. AĞIR.	BL BETA
AKBNK	1,0642	16,519	17,579	0,142	0,151
ARCLK	1,0805	-2,186	-2,362	0,127	0,137
AYGAZ	0,6506	8,234	5,357	0,268	0,174
DOHOL	1,2090	-19,117	-23,112	-0,300	-0,363
DYHOL	1,0116	-2,471	-2,500	0,130	0,131
EREGL	0,9374	10,515	9,857	0,025	0,024
GARAN	1,0836	-5,620	-6,090	-0,446	-0,483
ISCTR	1,2079	-3,646	-4,404	0,167	0,201
KCHOL	0,9337	-27,797	-25,954	-0,066	-0,061
MIGRS	0,6893	1,337	0,921	0,283	0,195
PETKM	1,0730	1,197	1,285	0,278	0,299
SAHOL	0,8814	-9,892	-8,718	-0,021	-0,018
THY	0,9405	0,628	0,590	0,042	0,039
TUPRS	1,0396	24,689	25,667	0,012	0,013
TOASO	0,9105	17,223	15,682	0,066	0,060
YKBNK	0,8873	-8,579	-7,613	0,184	0,163
TCELL	1,0702	-0,034	-0,037	0,104	0,111
		TOPLAM	-3,851	TOPLAM	0,777

Tablo 4.20, 2003-2009 Yılları Arasında Markowitz, Black - Litterman ve Benchmark Portföylerinin performanslarının ölçülmesi için gerekli olan veri setini ve performansların ölçülmesini göstermektedir.

Sharpe performans ölçütüne göre, benchmark portföyünün performansı $\frac{R_{BM} - R_f}{\sigma_{BM}}$, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle

oluşturulan portföyün performansı $\frac{R_{MW} - R_f}{\sigma_{MV}}$, Black - Litterman

Modeli'yle oluşturulan portföyün performansı da $\frac{R_{BL} - R_f}{\sigma_{BL}}$

denklemleriyle bulunmaktadır.

Treynor performans ölçütüne göre ise, benchmark portföyün performansı $\frac{R_{BM} - R_f}{\beta_{BM}}$, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyün performansı $\frac{R_{MV} - R_f}{\beta_{MV}}$, Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföyün performansında $\frac{R_{BL} - R_f}{\beta_{BL}}$ denklemleriyle bulunmaktadır.

Jensen performans ölçütüne göre, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyün performansı $J_{MV} = (R_{MV} - R_f) - (R_{BM} - R_f) \times \beta_{MV}$ denklemiyle bulunmaktadır. Aynı yöntemle Black - Litterman Modeli'yle portföyün performansı ölçülmek istendiğinde denklem $J_{BL} = (R_{BL} - R_f) - (R_{BM} - R_f) \times \beta_{BL}$ şeklini almaktadır. Jensen performans ölçütünde benchmark portföyünün değeri denklemin ilk bölümüne konu olan portföy yerine R_{BM} geleceğinden ve benchmark portföyünün betasının 1 olmasından dolayı sıfır olarak ölçülmektedir.

Tablo 4.20 2003-2009 Yılları Arasında Markowitz, Black - Litterman ve Benchmark Portföylerinin Performanslarının Ölçülmesi İçin Gerekli Olan Veri Seti

SONUŞLAR	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
EM BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02343	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
MV BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02343	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
BL BG	0,00239	0,03609	-0,00552	0,02323	0,01473	0,02343	-0,01014	0,00879	0,01488	0,01163	-0,00418	-0,02172	0,02087
RFO YIL	0,57100	0,45950	0,27740	0,26630	0,18400	0,16180	0,14730	0,22610	0,20400	0,17240	0,16290	0,19070	0,16180
RFO GÜN	0,00124	0,00104	0,00067	0,00065	0,00043	0,00041	0,00033	0,00056	0,00051	0,00044	0,00041	0,00043	0,00041
EM VAR	0,00092	0,00316	0,00054	0,00023	0,00034	0,00026	0,00057	0,00056	0,00027	0,00032	0,00056	0,00121	0,00050
MV VAR	0,02465	0,00020	0,00057	0,00362	0,02963	0,00104	0,00130	0,00281	0,00879	0,02135	0,00086	0,00138	0,00111
BL VAR	0,00073	0,00075	0,00032	0,00018	0,00026	0,00022	0,00037	0,00043	0,00018	0,00030	0,00026	0,00117	0,00023
EM BETA	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000
MV BETA	-1,85100	0,07041	0,23664	0,69045	1,98098	0,66456	0,30845	1,04304	0,53014	-1,42031	0,44527	0,08498	0,16819
BL BETA	0,77790	0,40939	0,67914	0,63617	0,75962	0,77483	0,68246	0,74957	0,62529	0,66323	0,55394	-0,01205	0,62512
EM SS GÜN	0,03038	0,05621	0,02324	0,01673	0,01836	0,01616	0,02384	0,02373	0,01656	0,02271	0,02361	0,03478	0,02233
MV SS GÜN	0,15700	0,01425	0,02386	0,06017	0,17213	0,02129	0,03604	0,05301	0,09374	0,14611	0,02931	0,03717	0,03330
BL SS GÜN	0,02701	0,02741	0,01784	0,01345	0,01627	0,01477	0,01925	0,02083	0,01334	0,01729	0,01597	0,28491	0,01823
EM VOL YIL	0,47943	0,88701	0,36746	0,26458	0,29514	0,25707	0,37693	0,37520	0,26234	0,35981	0,37323	0,54998	0,35454
MV VOL YIL	2,47747	0,22483	0,37723	0,95131	2,73795	0,51204	0,56985	0,83821	1,48511	2,31481	0,46336	0,58766	0,52358
BL VOL YIL	0,42629	0,43258	0,28213	0,21260	0,23873	0,23501	0,30438	0,32936	0,21137	0,27400	0,25249	4,50478	0,29012
MV AR. D. D.	1,65200	0,21598	0,36707	0,93361	2,67480	0,48270	0,55786	0,74125	1,47858	2,25769	0,42253	0,58580	0,52320
BL AR. D. D.	0,20647	0,23506	0,13161	0,12989	0,12915	0,12493	0,16272	0,17141	0,13330	0,13463	0,14493	4,50477	0,18721
MV TOP RIZIK	-1,19900	0,28639	0,60371	1,62406	4,65578	1,14725	0,86631	1,78428	2,00872	0,83738	0,87780	0,67079	0,69339
BL TOP RIZIKO	0,98437	0,64446	0,81075	0,76605	0,88377	0,89926	0,84518	0,92098	0,75859	0,79786	0,69887	4,49272	0,81233
SHARPE PERF													
EM PORT.	0,00249	0,03952	-0,01684	0,05337	0,04827	0,18901	-0,02789	0,02193	0,05478	0,03112	-0,01231	-0,04036	0,05769
MV PORT.	0,00046	0,15599	-0,01641	0,02374	0,09510	0,05473	-0,01845	0,00982	0,00968	0,00484	-0,00991	-0,03777	0,03870
BL PORT.	0,00269	0,08103	-0,02194	0,10624	0,05506	0,11924	-0,03454	0,02498	0,06799	0,04086	-0,01819	-0,06493	0,07059
TREYNOR PERF													
EM PORT.	0,00115	0,03050	-0,00619	0,02259	0,01425	0,02802	-0,01051	0,00823	0,01437	0,01120	-0,00459	-0,02220	0,02045
MV PORT.	-0,00030	0,49784	-0,02615	0,03271	0,09719	0,04217	-0,03408	0,00789	0,02711	-0,00788	-0,01031	-0,26119	0,12162
BL PORT.	0,00143	0,08562	-0,00911	0,03551	0,01875	0,03619	-0,01540	0,01098	0,02298	0,01688	-0,00829	1,84149	0,03272
JENSEN													
EM PORT.	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
MV PORT.	0,00557	0,03258	-0,0047	0,00699	-0,01139	0,00940	-0,00727	-0,00035	0,00675	0,02710	-0,00255	-0,02031	0,01701
BL PORT.	0,00025	0,02079	-0,00199	0,00822	0,00342	0,00632	-0,00334	0,00206	0,00538	0,00377	-0,00205	-0,02246	0,00767

Sharpe performans ölçütüne göre, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ve Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföyler incelendiğinde, 13 dönem içerisinde, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerden 5'inin, Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerden ise 10'unun benchmark portföyünden daha iyi bir performans gösterdiği görülmektedir. Karşılaştırılan 13 dönem içerisinde Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin 9'u en iyi

performansı gösterirken, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin 4'ü en iyi performansı göstermektedir.

Treynor performans ölçütüne göre karşılaştırmada ise, karşılaştırılan 13 dönem içerisinde Black - Litterman Modeli kullanılarak oluşturulan portföylerden 10'u benchmark portföyün üzerinde performans göstermektedir. Aynı dönemde Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden 5'inin benchmark'ın üzerinde performans gösterdiği saptanmıştır. Bu ölçüte göre karşılaştırılan 13 dönem içerisinde Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerden 7'si en iyi performansı gösterirken, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden 3'ünün iyi performans gösterdiği anlaşılmaktadır. Jensen performan ölçütüne göre ise, Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerden 6'sı Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nden daha iyi performans sağlamıştır.

Uygulamada Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta Faktörleri ile Markowitz Ortalama - Varyans Modeli kullanılarak oluşturulan portföylerin Beta Faktörleri incelendiğinde, 13 dönem içerisinde Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerden 12'sinin Beta Faktörü'nün Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta Faktörü'nden küçük olduğu görülmektedir.

Tablo 4.21 incelendiğinde 2004-1., 2006-1. ve 2008-1. dönemlerinde Sharpe performans ölçütüne göre Markowitz modeli ile oluşturulan portföylerin en iyi başarıyı sağladığı görülmektedir. Bu üç dönemin ortak noktası portföylerin beklenen getirilerinin negatif olmasıdır. Ancak aynı dönemlerde Treynor performans ölçütüne göre ise en kötü performansı gösteren portföy olmuştur. Bunun nedeni bu dönemlerde en düşük Beta faktörüne Markowitz portföylerinin sahip olmasıdır.

Tablo 4.21 Uygulama Sonuçlarının Performans Ölçütlerine Göre Sıralanması

SHARPE PERF	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
BM PORT.	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	2
MAR PORT.	3	1	1	3	3	3	1	3	3	3	1	2	3
BL PORT.	1	2	3	1	1	1	3	1	1	1	3	1	1
TREYNOR PERF	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
BM PORT.	2	3	1	3	2	3	1	2	3	2	1	2	3
MAR PORT.	3	2	3	2	3	1	3	3	1	3	3	3	1
BL PORT.	1	1	2	1	1	2	2	1	2	1	2	1	2
JENSEN	2003-1	2003-2	2004-1	2004-2	2005-1	2005-2	2006-1	2006-2	2007-1	2007-2	2008-1	2008-2	2009-1
MAR PORT.	1	1	2	2	2	1	2	2	1	1	2	1	1
BL PORT.	2	2	1	1	1	2	1	1	2	2	1	2	2

Performans ölçütlerine yüzdesel olarak bakıldığında Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin her üç performans ölçütüne göre Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha yüksek performans gösterdiği Tablo 4.22'de görülmektedir.

Tablo 4.22 Uygulama Sonuçlarının Performans Ölçütlerine Göre Yüzdesel Başarı Oranı

SHARPE PERFORMANS ÖLÇÜTÜNE GÖRE	BENCHMARK PORTFOYE GÖRE BAŞARI ORANI	EN YÜKSEK PERFORMANSA GÖRE BAŞARI ORANI
BLACK-LITTERMAN MODELI	%77 (10/13)	%70 (9/13)
MARKOWITZ ORTALAMA - VARYANS MODELİ	%38 (5/13)	%30 (4/13)
TREYNOR PERFORMANS ÖLÇÜTÜNE GÖRE	BENCHMARK PORTFOYE GÖRE BAŞARI ORANI	EN YÜKSEK PERFORMANSA GÖRE BAŞARI ORANI
BLACK-LITTERMAN MODELI	%77 (10/13)	%54 (7/13)
MARKOWITZ ORTALAMA - VARYANS MODELİ	%38 (5/13)	%23 (3/13)
JENSEN PERFORMANS ÖLÇÜTÜNE GÖRE		EN YÜKSEK PERFORMANSA GÖRE BAŞARI ORANI
BLACK-LITTERMAN MODELI	*** ***	%54 (7/13)
MARKOWITZ ORTALAMA - VARYANS MODELİ		%46 (6/13)

Tablo 4.22'de Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföyler Bencehmark portföy ile kıyaslandığında Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha yüksek performans gösterdiği görülmektedir.

4.9 Uygulama Hipotezlerinin Testi

Hipotezlerin test edilmesinde öncelikle veriler arasında farklılık olup olmadığını f Testi ile, Black - Litterman Modeli'nin daha düşük Beta Faktörü, Artık Dalgalanma Derecesi ve Toplam rizikoya sahip olup olmadığı da t testi ile test edilecektir. Her iki test %1 anlamlılık seviyesinde incelenecektir. F testinde Tek Yönlü Sınıflama Ölçütü kullanılacaktır. t-Testi'nde ise Eşlenik-Çift Örnekler Hali Yöntemi uygulanacaktır.

F testi için aşağıdaki denklemler serisi kullanılacaktır³⁶⁷:

$$S_1^2 = \frac{n \sum (\bar{X}_j - \bar{\bar{X}})^2}{k - 1} \quad (4.13)$$

³⁶⁷ Kartal, Mahmut, Bilimsel Araştırmalarda Hipotez Testleri Parametrik ve Nonparametrik Teknikler, 2. Baskı, Erzurum: Şafak Yayınevi, 1998, ss. 52-79.

$$S_2^2 = \frac{\sum \sum (X_{i,j} - X_j)^2}{k(n-1)} \quad (4.14)$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (4.15)$$

k : Sütun sayısı

n : Satır sayısı

t- Testi için Denklem 3.16 kullanılmaktadır³⁶⁸:

- Öncelikler farklara ait standart sapma hesaplanır,

$$\hat{s}_D = \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n-1}} \quad (4.16)$$

$$t = \frac{\bar{D}}{\hat{s}_D / \sqrt{n}} \quad (4.17)$$

Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Beta faktörleri Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinden daha düşüktür. Bu hipotezi test etmeden önce veriler arasında farklılık olup olmadığının belirlenmesi gerekmektedir. Bu farklılık F testi ile ortaya konmaktadır. Beta Faktörleri açısından bakıldığında F testi sonucu 0,203 rakamına ulaşılmıştır. F Testi sol kuyruk sınıflama ölçütünde 0,01 anlamlılık düzeyinde kabul sınırı -4,26'dır. $-4,26 \leq 0,203$ olduğundan bu iki veri arasında bir farklılık olmadığı söylenebilir.

Farklılığın olmadığı belirlenmesinden sonra Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinden düşük olup olmadığını söyleyebilmek için t-Testi ile 0,01 anlamlılık düzeyinde test edilmiştir.

t-Testi analiz sonucu 1,35 oranına ulaşılmıştır. t-Testi 0,01 anlamlılık düzeyinde tablo değeri 2,68'dir. $1,35 \leq 2,68$ olduğundan $H_{0,1}$ hipotezi kabul edilmektedir.

Artık Dalgalanma derecesi için ölçülen F değeri 7,67 olup tablo değeri olan -4,26'dan büyük olduğu saptanmaktadır. Bu da iki veri arasında bir farklılık olduğunu göstermektedir. Artık Dalgalanma Derecesi için yapılan t-Testi

³⁶⁸ Kartal, a.g.e.

sonucu -1,16 olarak hesaplanmaktadır. t-Testi tablo değeri 2,68'dir. $-1,16 \leq 2,68$ olduğundan dolayı $H_{0,2}$ hipotezi kabul edilmektedir. Bu Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Artık Dalgalanma Derecelerinin Markowitz portföylerinden daha düşük olduğunu göstermektedir.

$H_{0,3}$ ve $H_{1,3}$ hipotezleri toplam rizikonun test edilmesini içermektedir. Toplam riziko için F değeri 0,034 olarak hesaplanmaktadır. F'nin 0,01 anlamlılık düzeyindeki tablo değeri -4,26'dır. $-4,26 \leq 0,034$ olduğundan F testi sonucuna göre iki veri arasında bir farklılık olmadığı söylenebilir. t-Testi sonucunda Toplam rizikolar için ulaşılan değer 0,068'dir. t-Testi tablo değeri 0,01 anlamlılık düzeyinde 2,68'dir. $0,068 \leq 2,681$ olduğundan dolayı $H_{0,3}$ hipotezi kabul edilmektedir. Bu da Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Toplam rizikosunun Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerden daha küçük olduğu anlamına gelmektedir.

Tablo 4.23'de %1 Anlamlılık Düzeyinde Hipotezlerin t-Testi ile test edilmesine ilişkin sonuçlar bulunmaktadır.

Tablo 4.23 Hipotezlerin Testine İlişkin t-Testi Sonuçları (%99 Güven Aralığına Göre)

Hipotezler	t Testi % 1 anlamlılık düzeyinde	KABUL / RED
H0,1: Black - Litterman Modeli'yle Oluşturulan portföylerin Beta katsayıları Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür.	$1,35 \leq 2,68$	H0,1 hipotezi kabul edilmiştir.
H0,2: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin artık dalgalanma dereceleri Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür	$-1,16 \leq 2,68$	H0,2 hipotezi kabul edilmiştir.
H0,3: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam rizikoları Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha düşüktür.	$0,068 \leq 2,68$	H0,3 hipotezi kabul edilmiştir.

4.10 Bulguların Değerlendirilmesi

Her iki modelle oluşturulan toplam 26 portföyün performansı Sharpe, Treynor ve Jensen Performans Ölçütleriyle ölçülmüştür.

Sharpe performans ölçütüne göre, 13 dönem içerisinde, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerden 5'inin, Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerden ise 10'unun benchmark portföyünden daha iyi bir performans gösterdiği tespit edilmiştir. Treynor performans ölçütüne göre karşılaştırılan 13 dönem içerisinde Black - Litterman Modeli kullanılarak oluşturulan portföylerden 10'u benchmark portföyün üzerinde performans göstermektedir. Jensen performans ölçütüne göre ise karşılaştırılan 13 dönemin 7'sinde Black - Litterman Portföy Modeli'yle oluşturulan portföylerin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha iyi performans gösterdiği görülmektedir.

Gerek rizikoları açısından gerekse performansları açısından karşılaştırıldığında Black - Litterman Portföy Modeli'yle oluşturulan portföylerin karşılaştırılan 13 dönemde de Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nden hem riziko hem de performans açısından daha başarılı sonuçlar verdiği tespit edilmiştir.

Uygulama, oluşturulan hipotezler açısından incelendiğinde oluşturulan hipotezlerin kabul edildiği görülmektedir. Hipotezler Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle Black - Litterman Modeli'ni beta faktörleri, artık dalgalanma derecesi ve toplam riziko açısından test etmek üzere kurulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre; Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin Artık Dalgalanma Derecelerinin ve Toplam Rizikolarının Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerden daha yüksek olduğu görülmektedir. Uygulamada kullanılan hipotezler ve sonuçları Tablo 4.24'de özetlenmiştir.

Tablo 4.24 Uygulamanın Hipotezleri ve Özet Sonuçlar

Hipotez	Sonuç
$H_{0,1}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta Faktörleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.	Kabul Edilmiştir: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin Beta faktörlerinin daha düşük olduğu gözlemlenmiştir.
$H_{0,2}$: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan	Kabul Edilmiştir: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan

portföylerin Artık Dalgalanma Dereceleri, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür	portföylerin Artık Dalgalanma Derecesinin daha düşük olduğu kabul edilirken uygulamaya konu olan 13 dönemin 11'inde Black - Litterman Portföyünün Artık Dalgalanma Derecesinin düşük olduğu görülmektedir.
$H_{0,3}$: . Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam rizikoları, Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföyden daha düşüktür.	Kabul Edilmiştir: Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin toplam rizikolarının düşük olduğu tespit edildiğinden hipotez kabul edilmiştir. Uygulamaya konu olan 13 dönemin 9'unda Black - Litterman portföyünün Toplam Rizikosunun düşük olduğu tespit edilmiştir.

Uygulamaya konu olan 13 dönem içerisinde Ulusal Tüm Endeksi belli dönemlerde yükselen, belli dönemlerde de alçalan trend içerisine girmiştir. Çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde yükselen trendi ifade etmek için “yükselen piyasa” alçalan trendi ifade etmek için ise “alçalan piyasa” kavramları kullanılacaktır. Ancak Ulusal Tüm Endeksin bazı dönemlerde yatay bir seyir izlemesi bazı dönemlerde de dalgalı bir seyir izlemesi uygulama açısından da oldukça önemli sonuçlar elde edilmesini sağlamıştır. Özellikle dalgalı seyirlerin izlendiği dönemler Black - Litterman Modeli açısından önemli çıkarımlar elde edilmesini sağlamıştır. Dalgalı seyir kavramından kastedilen uygulamaya konu olan altı aylık dönem içinde İMKB Ulusal Tüm Endeksinin en az dört ters pozisyon alma imkânı sunmasıdır. Bu nedenle uygulamaya konu olan 13 dönem sırasıyla alçalan, yükselen, durağan ve dalgalı piyasalar olarak sınıflandırılmıştır.

Uygulamaya konu olan dönemler içerisinde dalgalı piyasa olarak nitelendirilecek iki dönem bulunmaktadır. Bunlardan ilki 2003 yılının ilk altı aylık dönemidir. İkinci Dönem ise 2008 yılının ikinci altı aylık dönemidir. Tarihlerle dikkat edilecek olursa dönemlerden ilki krizden çıkış dönemine denk gelirken ikincisi ise kriz dönemine denk gelmektedir.

2003 yılının ilk altı aylık döneminin bu kadar dalgalı bir seyir izlemesinin nedeni Kasım 2000 ve Şubat 2001 yılında yaşanan krizin ardından 2002 yılının son döneminde yaşanan yükselişle beraber kâr realizasyonlarının gelmesidir. 2003 yılının ilk altı aylık dönemi kâr realizasyonlarının bittiği dönemde başlamaktadır. Uygulamaya da konu olan 2003 yılının ilk altı aylık dönemini beş ayrı bölümde incelemek mümkündür. Bu dönemde Ulusal Tüm Endeksi %17,2 değer kazanarak 10.247 puandan 12.015 puana yükselmiştir. Yükselişin ardından yaşanan ve 8.892 puanda tamamlanan düşüşte kayıp oranı %26 olarak gerçekleşmiştir. Yaşanan düşüşün tepkisi gecikmemiş ve Ulusal Tüm endeksi kısa bir zaman içerisinde %30,7 yükselerek 11.624 puana ulaşmıştır. Tepki yükselişinin ardından tekrardan düşmeye başlayan endeks %13 değer kaybederek 10.167 puana gerilemiştir. Düşüşün ardından %13,5 yükselerek dönemi 11.496 puandan kapatmıştır. Genel olarak döneme bakıldığında %12 gibi bir yükselme ile dönem yükselen piyasası olarak gözüke de dönem içinde yaşanan dalgalanmalar bu dönemin dalgalı dönem olarak ele alınmasını gerektirmektedir.

İkinci dönem olarak nitelendirilen 2008 yılının ikinci altı aylık dönem ise büyük bir krizin yaşandığı zamana denk gelmektedir. Bu kriz 2008 yılının son aylarında ortaya çıkmış ve dünyanın birçok ülkesinde olumsuz ekonomik gelişmelerin yaşanmasına neden olmuştur. 1929 Dünya Ekonomik Bunalımıyla kıyaslanan bu kriz özellikle Eylül 2008 ayından sonra daha fazla hissedilir hale gelmiştir. ABD'deki taşınmaz mal piyasasının birden değer kaybetmesi ve bunun sonucu olarak tutulu satışlardaki kişisel iflasların artmasının bu krizi tetiklediği sanılmaktadır³⁶⁹.

Bu dönemde İMKB Ulusal Tüm Endeksi de dalgalı bir seyir izlemiştir. Uygulamaya da konu olan 2008 yılının ikinci altı aylık dönemini 4 ayrı bölümde incelemek mümkündür. Bunlardan ilki Ulusal Tüm Endeksin %17 değer kaybederek 40.451 puandan 33.919 puana düşmesidir. Bu dönem alçalan piyasa olarak kabul edilebilir. Ulusal Tüm Endeksin 33.919 puandan başlayıp ve 43.259 puanla sonlanması ikinci dönem olarak kabul edilebilir.

³⁶⁹ Hull, John. C., "The Credit Crunch of 2007: What Went Wrong? Why? Hat Lessons Can Be Learned", 2009, ss. 1-18. <http://www.rotman.utoronto.ca/~hull/DownloadablePublications/CreditCrunch.pdf>

İkinci dönemde Ulusal Tüm Endeksi %27.5 değerlendirildiği görülmektedir. Bu nedenle ikinci dönem yükselen piyasası olarak kabul edilmektedir. Üçüncü dönem olarak 2008 krizinin etkilerini iyice hissettirmesiyle birlikte çöküş dönemi olarak ta adlandırılabilir bir dönem başlamıştır. Bu dönemde Ulusal Tüm Endeksi %49,22 değer kaybederek 43.259 puandan başlayan düşüşünü 21.965 puanda tamamlamıştır. Çöküş döneminin ardından gelen tepki ile toparlanmaya başlayan Ulusal Tüm Endeksi %22.3 değer kazanarak 26.864 puandan dönemi kapatmıştır. Özetlemek gerekirse bu dönemde sırasıyla alçalan piyasa, yükselen piyasa, alçalan piyasa (Çöküş) ve yükselen piyasa (Tepki) dönemleri yaşanmıştır.

Uygulamaya konu olan dönemler ve piyasalar Tablo 4.25’de verilmektedir.

Tablo 4.25 Uygulamaya Konu Olan Dönemler ve Piyasa Türleri

Dönem	Piyasa
2003 İlk Altı Aylık Dönem	Dalgalı Piyasa
2003 İkinci Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasa
2004 İlk Altı Aylık Dönem	Durağan Piyasa
2004 İkinci Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasası
2005 İlk Altı Aylık Dönem	Durağan Piyasa
2005 İkinci Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasa
2006 İlk Altı Aylık Dönem	Alçalan Piyasa
2006 İkinci Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasa
2007 İlk Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasa
2007 İkinci Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasa
2008 İlk Altı Aylık Dönem	Alçalan Piyasa
2008 İkinci Altı Aylık Dönem	Dalgalı Piyasa
2009 İlk Altı Aylık Dönem	Yükselen Piyasası

Yükselen ve durağan piyasalarda Black – Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli’yle oluşturulan portföylerden daha yüksek performans gösterdiği tespit edilmiştir.

Dalgalı piyasalarda Markowitz Ortalama - Varyans Modeli’yle oluşturulan portföyler portföy ağırlıklarını belirlemede daha tutucu olurken Black – Litterman Modeli’yle oluşturulan portföylerin çok fazla açığa satış ve belli hisselerde çok büyük alım pozisyonu aldığı tespit edilmiştir.

Negatif beklenen getiri durumunda / alçalan piyasada Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerin Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha yüksek performans gösterdiği tespit edilmiştir.

5. SONUÇ

Küreselleşen dünyada gerek bireysel gerekse kurumsal yatırımcılar için portföy yönetiminin önemi hergeçen gün daha da artmaktadır. Markowitz'in "Portfolio Selection" başlıklı makalesi ile ortaya koyduğu Ortalama - Varyans modeli modern portföy yönetiminin temelini oluşturmaktadır. Günümüzde birçok yatırımcı tarafından yoğun olarak kullanılan bu model, akademisyenler tarafından veri setinin azaltılması ve uygulama kolaylığı sağlayabilmek açısından geliştirilmeye çalışılmıştır.

Fischer Black ve Robert Littermanda Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'ne önemli katkıda bulunmuşlardır. Denge ortamında beklenen artık getiri vektörü ile yatırımcı görüşlerini birleştirerek elde ettiği kombine edilmiş getiri vektörü Black - Litterman Modeli'ni Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nden ayıran en önemli özellik olmuştur. Ayrıca portföy içerisinde bulunan varlıkların beklenen getirilerini belirleyip bu beklenen getirilere uygun portföy ağırlıklarını oluşturması Black - Litterman Modeli'ni Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nden ayıran temel özelliklerden biridir. Başka bir deyişle Black - Litterman Modeli portföy oluştururken Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin tersi hareket etmektedir. Yatırımcıların portföy içerisinde bulunan her bir varlık için kendi görüşlerini belirtebilmeleri, yatırımcı görüşlerinin güven düzeylerinin kontrol edilebilmesi ve daha sezgisel yorumların kullanılabilmesi Black - Litterman Modeli'nin avantajları olarak sıralanabilir.

Bu çalışmada Black – Litterman ve Markowitz Ortalama - Varyans Modeli kullanılarak toplam 26 portföy oluşturulmuştur. Oluşturulan portföyler rizikoları ve performansları ile durağan, dalgalı, düşen ve yükselen piyasalardaki davranışları bakımından karşılaştırılmıştır.

Rizikoları bakımından her iki modelle oluşturulan portföylerin beta faktörleri, artık dalgalanma dereceleri ve toplam rizikoları karşılaştırılmıştır. Black – Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin beta faktörleri, artık dalgalanma dereceleri

ve toplam rizikolarının Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha iyi performans ve riziko ilişkisi gösterdiği tespit edilmiştir.

Oluşturulan portföylerin performansları Sharpe, Treynor ve Jensen Performans Ölçütleri'yle ölçülmüştür. Her üç performans ölçütüne göre Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföyler yükselen, durağan ve dalgalı piyasalarda Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylere üstünlük sağlamıştır. Bunun temel nedeni Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin standart sapmalarının ve Beta katsayılarının Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden düşük olmasıdır.

Karşılaştırılan dönemler içerisinde Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföylerin alçalan, yükselen ve durağan piyasalarında belli pay senetlerine portföy içerisinde yüksek oranlarda alım ya da açığa satış yaptığı görülmektedir. Bu dönemlerde Black - Litterman Modeli pay senetlerinin ağırlığını belli ölçüler içerisinde tutmayı başarmıştır. Bunun temel nedeni Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerin volatilitelerinin Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'yle oluşturulan portföylerden düşük olmasıdır. Bu açıdan bakıldığında, 2003-2009 Haziran dönemi içerisinde oluşan alçalan ve yükselen piyasalarda Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin daha iyi performans riziko ilişkisi gösterdiği anlaşılmaktadır.

Dalgalı piyasada Markowitz Ortalama - Varyans Modeli'nin portföy ağırlıklarının belirlenmesinde daha tutucu bir pozisyon ortaya koyduğu tespit edilmiştir. Black - Litterman Modeli ise bu dönemlerde portföy ağırlıklarını arttırarak çok fazla miktarda açığa satış ve belli pay senetlerinde aşırı alım pozisyonları sunmuştur. Ancak bu dönemlerde de Black - Litterman Modeli ile oluşturulan portföylerin Markowitz'e göre daha iyi performans ve riziko ilişkisi gösterdiği görülmektedir.

Uygulamanın her iki modeli de karşılaştırma açısından sunduğu bir diğer avantaj ise beklenen getirilerin negatif olması durumudur. Uygulamada beklenen getirilerin negatif olduğu üç dönem bulunmaktadır. Bu üç dönemin tamamında Sharpe performans ölçütüne göre Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturulan portföyler Black - Litterman Modeli'ne üstünlük sağlamıştır. Bunun nedeni Markowitz Ortalama - Varyans

Modeli'yle oluşturulan portföylerin Black - Litterman Modeli'yle oluşturulan portföylerden daha yüksek varyansa sahip olmasıdır.

Yukarıdaki açıklamalar ışığında gerek bireysel gerekse kurumsal yatırımcıların portföylerini oluştururken önlerinde bulunan dönemi iyi analiz etmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Yatırımcıların önlerinde bulunan dönemde piyasa ile ilgili beklentileri alçalan bir dönemi öngörüyorsa portföylerini Markowitz Ortalama - Varyans Modeli ile oluşturmaları daha fazla kazanç elde etmelerini olanaklı kılacaktır. Yine yatırımcıların önlerinde bulunan dönemde piyasa ile ilgili beklentileri durağan, dalgalı ya da yükselen bir piyasaysa yatırımcıların Black - Litterman Modeli kullanarak portföylerini oluşturmaları daha yüksek kazanç elde etmelerini sağlayacaktır.

Bu çalışmanın literatüre iki noktada katkısı bulunmaktadır: Bunlardan ilki, bu çalışma Black - Litterman konusunda İMKB'de yapılmış ilk kapsamlı çalışma olma özelliğini taşımaktadır. İkincisi, portföy oluşturma aşamasında Black - Litterman Modeli'nin azımsanmayacak derecede önemli bir model olduğunu ortaya koymaktadır. Ortaya çıkan bulgular ilerleyen yıllarda Black - Litterman Modeli'nin uygulama yöntemi açısından daha da geliştirileceğini ve Markowitz Ortalama - Varyans Modeli kadar yaygın kullanıma sahip bir model olacağını göstermektedir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

AKGÜÇ Öztin, Finansal Yönetim, 6. Baskı, İstanbul: Muhasebe Enstitüsü, 1994.

ALEXANDER Carol, Market Models: A Guide To Financial Data Analysis, Chicester: John Wiley & Sons Ltd., 2001.

ALEXANDER Gorgon J., Francis Jack CLARK, “Portfolio Analysis”, Prentice Hall College Div; 3rd edition, 1986, ss. 109-113.

ALTAY Erdiñç, Sermaye Piyasası’nda Varlık Fiyatlama Modelleri, Derin Yayınları, 2004.

ARMAN Tevfik T., Risk Analizine Giriş, İstanbul: Alfa Kitabevi, 1997.

ATAN Murat, Çok Amaçlı Hedef Programlama İle Optimal Portföy Seçim Modelinin İMKB 100 Endeksine Uygulanması, 9. Ulusal Finans Sempozyumu, Kapadokya / Nevşehir, Türkiye, 29 - 30 Eylül 2005.

BAGASHEVA Biliana, Rachev SVETLOZAR (Zari), John Hsu ve Frank Fabozzi, “Bayesian Applications to the Investment Management Process”, ss. 1-31. www.pstat.ucsb.edu/research/papers/BagashevaRachevHsuFabozzi_BayesianApplications.pdf

BALLESTERO Enrique ve Pla-Santamaria DAVID, “Selecting Portfolios For Mutual Funds”, Omega, Volume: 32, Issue: 5, October, 2004, ss. 385-394. <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6VC4-4C4W2KF-7/2/e530e94286f1cc991278ab35b1ed3017>

BARNETT Vic, Comparative Statistical Inference, Third Edition, New York: Wiley, 1999. www.physics.ohio-state.edu/~gan/teaching/spring04/Chapter5.pdf

BASSO Antonella ve Funari STEFANIA, A Data Envelopment Analysis Approach to Measure the Mutual Fund Performance, European Journal of Operational Research, 135, 2001.

BAŞOĞLU Ufuk, Ali CEYLAN ve İlker PARASIZ, Finans Teori, Kurum ve Araçlar, Bursa: Ekin Kitabevi, 2001.

BAŞTÜRK Hayırsever Feride, F/K Oranı ve Firma Büyüklüğü Anomalilerinin Bir Arada Ele Alınarak Portföy Oluşturulması ve Bir Uygulama Örneği, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları No:1564, Açıköğretim Fakültesi Yayınları No:822, 2004.

BEACH Steven L. ve Orlov ALEXEI G., “An Application of Black - Litterman Model with EGARCH-M-Derived views for International Portfolio Management”, 2006, ss. 1-23. [http://www.radford.edu/slbeach/Career/garchblfinal.p df](http://www.radford.edu/slbeach/Career/garchblfinal.pdf)

BECKER Thomas, The Mathematics of Black - Litterman Model, Zephyr Associates, Inc. 2008. [http://www.styleadvisor.com/resources/conference/2007/Thomas%20Bec ker%20BL-Math-Talk.pdf](http://www.styleadvisor.com/resources/conference/2007/Thomas%20Bec%20ker%20BL-Math-Talk.pdf)

BEKÇİOĞLU Selim, Portföy Yaklaşımları ve Markowitz Portföy Yaklaşımının Türk Pay Senedi Piyasasına Uygulanması, Ankara: 1984.

BENNINGA Simon, Financial Modeling, Massachusetts: MIT Press, 1997.

BENRNSTEIN Peter L., “Sermaye Üzerine Büyük Düşünceler Çağdaş Wall Street’in İnanılmaz Kökleri”, İstanbul: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, No:66, 1997.

BERK Niyazi, Finansal Yönetim, 4. Baskı, İstanbul: Türkmen Kitabevi, 1999.

BEST Michael J., ve Grauer ROBERT R., “On The Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios To Changes In Asset Means: Some Analytical And Computational Results”, The Review of Financial Studies 4, no. 2, 1991, ss. 315-342.

BEWAN Andrew ve Winkelmann KURT, Editor: Ronald A. Krieger, Using the Black - Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience, Fixed Income Research, Goldman Sachs & Co, 1998.

BLACK Fischer, “Universal Hedging: How to Optimize Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios”, Financial Analyst Journal July/August 1989, ss. 161-167.

[http://www.mcombs.utexas.edu/faculty/keith.brown/ChileMaterial/Black %20FAJ89.pdf](http://www.mcombs.utexas.edu/faculty/keith.brown/ChileMaterial/Black%20FAJ89.pdf)

BLACK Fischer, ve Robert LITTERMAN, Global Asset Allocation With Equities, Bonds and Currencies, Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Co. 1991.

BLACK Fischer, ve Robert LITTERMAN, "Asset Allocation: Combining Investor Views With Market Equilibrium", The Journal of Fixed Income, 1991, ss. 7-18. <http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jfi.1991.408013>

BLACK Fischer ve Robert LITTERMAN, "Global Portfolio Optimization", Financial Analysts Journal, September-October, 1992, ss. 28-43. <http://phys.columbia.edu/~oleg/economics/BlackLittermanOrig.pdf>

BODIE Zvi, Kane Alex ve Alan J. MARKUS, Investments, 4. Baskı, Mc. Graw-Hill, International Editions, 1999.

BODIE Zvi, Merton Robert, Finance, New Jersey: Prentice Hall, 1999.

BOLAK Mehmet, Sermaye Piyasası Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi, 4. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayın Dağıtım A.Ş., 2001.

BOSHNAC, Bob, "Modern Portfolio Theory: Dynamic Diversification for Today's Investors" 2003, s. 2. http://cta.visionlp.com/pdf/gen/MPT_01062004_online.pdf

BRAGA Maria Debora ve Natale Francesco PAOLO, "TEV Sensitivity to Views in Black - Litterman Model", 2007. 20th Australasian Finance & Banking Conference 2007, ss. 1-16. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?Abstract_id=1009635

BRENNAN M.J., "Capital Market Equilibrium With Divergent Borrowing And Lending Rates, Journal Of Financial and Quantitative Analysis", Vol. 6, No. 5, 1971, ss. 1197-1205. <http://www.jstor.org/stable/2329856?cookieSet=1>

BREHM Paul ve Denis GUENTHNER, "The Econometric Method of Mixed Estimation, An Application To The Credibility of Trend" ss.172-216. <http://www.casact.org/pubs/dpp/dpp90/90dpp171.pdf>

CANBAŞ Serpil ve Hatice DOĞUKANLI, Finansal Pazarlar, Finansal Kurumlar ve Sermaye Pazarı Analizleri, 2. Baskı, İstanbul: Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., 1997.

CEYLAN Ali, İşletmelerde Finansal Yönetim, Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları, 2001.

CEYLAN Ali ve Turhan KORKMAZ, Borsada Uygulamalı Portföy Yönetimi, 3. Baskı, Bursa: Ekin Kitabevi, 1998.

CEYLAN Ali ve Turhan KORKMAZ, Sermaye Piyasası ve Menkul Değer Analizi, Bursa: Ekin Kitabevi, 2000.

CHEN Jing, “Where is the Efficient Frontier”, 2000, ss. 1-16. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=239048

CHRISTODOULAKIS George A., ve John C. CASS, “Bayesian Optimal Portfolio Selection: the B-L Approach”, Notes for Quantitative Asset Pricing MSc Mathematical Trading and Finance, 2002, ss. 1-11. http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/bayes_0008.pdf

CHOW George, Eric JACQUIER, Mark KRITZMAN, Kenneth LOWRY, “Optimal Portfolios in Good Times and Bad”, Financial Analysts Journal, May/June 1999, ss. 65-73. http://www.csb.uncw.edu/people/cinerc/Courses%20Web%20Page/IMBA-%20Global%20Investing/GAA_Optimal_Portfolios_in_Good_Times_and_Bad.pdf

CİHANGİR, Mehmet, ve KANDERMİR Tuğrul, “Finansal Kriz Dönemlerinde Hisse Senedi Getirilerini Etkileyen Makro ekonomik Faktörlerin Arbitraj Fiyatlandırma Modeli’yle Saptanmasına Yönelik Bir Çalışma: Kasım 2000 ve Şubat 2001 Finansal Krizleri Üzerine Değerlendirme ve Gözlemler”, Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, C:15, S:1, 2010. iibf.sdu.edu.tr/dergi/files/2010_1_14.pdf

COCHRANE John H., Asset Pricing, New Jersey: Princeton University Press, 2001.

COHEN, J. Kalman, ve Pogue, A. Jerry, “An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio – Selection Models”, Journal of Business, Volume: 40, Issue: 12, 1967.

DA Zhi ve Ravi JAGNANNATHAN, “Teaching Note On Black - Litterman Model”, 2005, ss. 1-16. www.nd.edu/~zda/TeachingNote_Black - Litterman.pdf

D’ARCHY, P., Stephen, ve Dyer, A., Michael, “Ratemaking: A Financial Economics Approach”. <http://casact.net/pubs/proceed/proceed97/97301.pdf>

DOĞANAY M. Mete, “Hisse Senedi Fonlarının Çok Kriterli Karar Yaklaşımı İle Derecelendirilmesi”, Ankara Üniversitesi SBF. Dergisi, 57-3, ss. 33-48.

DROBETZ Wolfgang, “How To Avoid The Pitfalls In Portfolio Optimization? Putting The Black - Litterman Approach At Work”, Swiss Society for Financial Market Research, Financial Markets and Portfolio Management, vol:15, numb:1, 2001 ss. 59-75. http://www.fmpm.org/files/2001_0 Drobetz.PDF

EICHBERGER Jurgen ve Ian R. HARPER, Financial Economics, Oxford University, 1997.

ELTON Edwin J. ve Martin J. GRUBER, Modern Portfolio Theory and Investment Analysis, New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.

EMBRECHTS Paul, Filip LINDSKOG, ve Alexander MCNEIL, “Modelling Dependence With Copulas and Application To Risk Management: Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance”, Elsevier, Amsterdam, 2003, ss. 1-50. <http://www.ma.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/DependenceWithCopulas.pdf>.

ERCAN Metin Kamil ve Ban Ünsal, Değere Dayalı İşletme Finansı: Finansal Yönetim, Ankara: Gazi Kitabevi, 2005.

ERTUNA İbrahim Özer, Yatırım ve Portföy Analizi: Bilgisayar Uygulamalı Örnekleriyle, 1. Baskı, İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, 1991.

FARRELL James L. Jr., Guide To Portfolio Management, New York: McGraw-Hill Book Company, 1983.

FETTAHOĞLU Abdurrahman, Menkul Değer Yönetimi, İstanbul: Rengin, 1.Baskı, 2003.

Finansal güç için: Finansal yenilik, Active Academy, Araştırma Merkezi, 18 Ekim 2003, s. 1. http://www.makalem.com/Search/ArticleDetails.asp?nARTICLE_id=2711

FRANKFURTER George M., Herbert E. PHILLIPS, ve John P. SEAGLE, “Portfolio Selection: The Effects of Uncertain Means, Variances, and Covariances”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1971, ss. 1251-1262. <http://www.jstor.org/stable/2329859?cookieSet=1>

FRANCIS Jack Clark, Investments, New-York: McGraw-Hill International Editions, 1991.

FUSAI Gianluca ve Attilio MEUCCI, “Assesing Views”, *Risk Management for Investors*, 2003, ss. 18-21. www.symmys.com/AttilioMeucci/Research/PublFinance/Fusai-Meucci_Assessing-Views.pdf

FOX John, “Time-Series Regression and Generalized Least Squares”, 2002, ss. 1-8. <http://cran.r-project.org/doc/contrib/Fox-Companion/appendix-timeseries-regression.pdf>

GALLINGER George W. ve Jerry B. POE, *Essentials of Finance: An Integrated Approach*, New Jersey: Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1995.

GARTHWAITE Paul, Ian JOLLIFFE, ve Jones BYRON, *Statistical Inference*, Oxford University Press, Oxford Science Publications, 2.nd Ed. USA, 2002.

GIACOMETTI Rosella, Marida BERTOCCHI, Svetlozar T. RACHEV ve Frank J. FABOZZI, “Stable Distributions in The Black - Litterman Approach To Asset Allocation”, *Quantitative Finance*, Vol. 7, No. 4., 2007, ss. 423-433. http://econpapers.repec.org/article/tafquantf/v_3a7_3ay_3a2007_3ai_3a4_3ap_3a423-433.htm

GINOVYAN Mamikon S., “Asymptotic Behavior Of The Logarithm Of The Likelihood Function When The Spectral Density Has Polynomial Zeros”, *Journal of Mathematical Sciences*, Springer NewYork, Vol:25 Number:3, 1984, ss. 1113-1129. <http://www.springerlink.com/content/k820ul325u83x528/>

GÖKBEL Serpil Altınırnak, Süre Temelli Portföyler ve İMKB’de Uygulanabilirliği, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu, 2003.

GRAHAM, Benjamin ve David, L. Dodd, *Security Analysis*, New York: McGraw Hill Book Company, Inc., 1934, ss. 1-725.

GRAUER Robert R., *Asset Pricing Theory and Tests*, Vol:1, International Library of Critical Writings in Financial Economics, Cornwall: Edward Elgar Publishing Inc., 2003.

HARRINGTON Diana R., *Modern Portfolio Theory And The Capital Asset Pricing Model: A User's Guide*, New Jersey: Prentice Hall Inc., 1983.

HARRINGTON Diana R., *Modern Portfolio Theory and Capital Asset Pricing Model, and Arbitrage Pricing Theory: A User's Guide*, Virginia: Prentice – Hall Inc., 1983.

HARVEY Campbell R., *Optimal Portfolio Control*, 1995.
<http://www.duke.edu/~charvey/Classes/ba350/control/opc.htm>

HE Guangliang, ve Robert LITTERMAN, “The Intuition Behind Black - Litterman Model Portfolios”, Technical Report, Goldman Sachs Investment Management Series, Fixed Income Research, December 1999, ss. 1-20. <http://www.som.yale.edu/Faculty/zc25/Investments/GS-ModelIntuition.pdf>

HEROLD Ulf, “Portfolio Construction With Qualitative Forecast”, *The Journal of Portfolio Management* 30, no. 1, 2003, ss. 61-72. <http://www.ijournals.com/JPM/default.asp?Page=2&ISS=8280&SID=319920>

JENSEN Michael C., “The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964”, *Journal of Finance*, Vol. 23, No: 2, 1967, ss. 389-416. <http://www.jstor.org/stable/2325404>

JOBSON J. D. ve Bob M. KORKIE, “Performance Hypothesis Testing With The Sharpe and Treynor Measures”, *The Journal of Finance*, 36(4), 1981, ss. 889-908. <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28198109%2936%3A4%3C889%3APHTWTS%3E2.0.CO%3B2-X&origin=repec>

JONES Robert, Lim TERENCE ve Peter ZANGARI, *The Black - Litterman Model for Structured Equity Portfolios*, *Journal of Portfolio Management*, vol: 33, no: 2, 2007, ss. 24-33. <http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/jpm.2007.674791>

IDZOREK Tom, ve Jill ADROGUE, *Black - Litterman Return Forecast in Allocation Advisor*, Zephyr Associates, Inc.

2003. <http://www.styleadvisor.com/resources/conference/2003/Black%20Litterman.pdf>

IDZOREK Tom, Allocation Advisor and The Black - Litterman Model, Zephyr Associates, Inc. 2004 www.styleadvisor.com/resources/conference/2004/AllocationADVISOR%202004.pdf

IDZOREK Thomas M., “A step-by-step guide to the Black - Litterman model: Incorporating user specified condence levels”, Zephyr Associates Inc, 2004, ss. 1-34. <http://www.globalriskguard.com/resources/assetman/BLDraftwithGraphs.pdf>.

JENSEN, Michael C., “The Performace of Mutual Funds in the Period 1945-1964”, Journal of Finance, Vol. 23, No: 2, 1967.

KARABIYIK Lale Erdem, Menkul Kıymetler Borsası ve Diğer Yatırım Alternatifleri, Bursa:Marmara Kitabevi, 1997.

KARAN Mehmet Baha, Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi, Ankara: Gazi Kitabevi, 2001.

KARIYA T., Quantative Methods for Portfolio Analysis: MTV Model Approach, Netherlands: Kluver Academic Publishers, 1993.

KAYACAN Murad ve S. Ozan TÜZENALPER, The Portfolio Selection Problem Under Capital Market Integration of European And Emerging Capital Markets: AnEmpirical Analysis, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu, Yayın No: 144, 2003.

KEAWON A.J., John D. MARTIN, John W. PETTY, David F. SCOTT, “Financial Management: Principles And Applications” 10th Ed., Prentice Hall, New Jersey, 2005.

KOCAMAN Berna, Yatırım Teorisinde Modern Gelişmeler ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'n'da Bazı Değerlendirme ve Gözlemler, İstanbul: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 1995.

KOCH Werner, “Consistent Return Estimates In The Asset Allocation Process: The Black- Litterman Approach” Frankfurt Math Finance Workshop, 2005, ss. 2-52. <http://workshop.mathfinance.com/2005/papers/koch/slides.pdf>

KOLB Robert W., Ricardo J. RODRIGUEZ, E. Carlin ADAM, Çeviren: Ali İhsan KARACAN, Finansal Yönetim, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, 1996.

KONURALP Gürel, Sermaye Piyasaları Analizler Kurumlar ve Portföy Yönetimi, 2.Basım, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti., 2001.

KORKMAZ Turhan ve Hasan UYGARTÜRK, “Türkiye’deki Emeklilik Fonlarının Performans Ölçümü ve Fon Yöneticilerinin Zamanlama Yeteneği”, Akdeniz İ.İ.B.F. Dergisi, (14), 2007, ss. 66-93. http://www1.akdeniz.edu.tr/iibf/dergi/Sayi14/04korkmaz_uygurturk.pdf

KRISHNAN Hari and Norman MAINS, “The TwoFactor BlackLitterman Model”, Risk Magazines, 2005, ss. 69-73. http://www.risk.net/public/showPage.html?validate=0&page=risknet_login2_tech&url=%2Fpublic%2FshowPage.html%3Fpage%3D286204

LACKOVIIVAN B. C, “On Aitken’s Δ_2 Method”, Publicationsde La Faculted'electrotechnique de L'universitea Belgrade, Serie: Mathematiques Et Physique, No:409, 1972, ss. 1-4.

LEE Wai, Advanced Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation, John Wiley & Sons, New York, 2000.

LEROY Stephen F. ve Jan WERNER, Principles of Financial Economics, UK: Cambridge University Press, 2001.

LEVY Heim, “The Capital Asset Pricing Model: Theory And Empiricism”, The Economic Journal, Vol: 93, Issue: 389, 1983, ss. 145-165. <http://www.jstor.org/stable/2232170>

LINTNER John, “Security Prices, Risk And Maximal Gains From Diversification”, Journal Of Finance Vol : 20, No: 4, 1965, ss. 587-615. <http://www.jstor.org/stable/2977249>

LINTNER John, “The Valuation of Risk Assets and The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets”, Review of Economics and Statistics, Vol: 47, 1965, ss. 13-37.

LITTERMAN Robert B. ve The Quantitative Resources Group, Modern Investment Management-An Equilibrium Approach, New Jersey: Wiley, Chapter:7,

LITTERMAN Robert B., Beyond Equilibrium, The Black - Litterman Approach, Modern Investment Management: An Equilibrium Approach, John Wiley & Sons, Inc. 2003.

LÖNSTROM Thomas, Financial Markets: Theory and Evidence, The Investment Opportunity Set, Part 6, 2002, http://www.econ.rochester.edu/Wallis/Renstrom/Eco217/Lect_6.pdf

MANKERT Charlotta, The BlackLitterman Model – Mathematical and Behavioral Finance Approaches Towards its Use in Practice, 2006. Licentiate Thesis. <http://www.diva-portal.org/kth/theses/abstract.xsql?dbid=3997>

MARKOWITZ Harry Max, “Portfolio Selection”, The Journal of Finance, Blackwell Publishing, Vol:7, No:1, Mar., 1952, ss. 77-91. <http://links.jstor.org/sici?sici=0022-1082%28195203%297%3A1%3C77%3APS%3E2.0.CO%3B2-1>

McCLURE, Ben, “Beta: Know The Risk”, s.1. <http://www.investopedia.com/articles/stocks/04/113004.asp>

MEUCCI Attilio, “Beyond Black - Litterman in Practice: a Five-Step Recipe to Input Views on non-Normal Markets”, 2006, ss. 1-15. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=872577

MEUCCI Attilio, Risk and Asset Allocation, Springer Finance., 2006.

MEUCCI Attilio, “The Black - Litterman Approach, Original Model and Extensions”, 2008, ss. 1-17. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1117574

MEUCCI Attilio, “Enhancing the Black - Litterman and Related Approaches: Views and Stress-Test on Risk Factors”, 2008, ss. 1-11. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1213323

MICHAUD Richard O, “The Markowitz Optimization Enigma: Is ‘Optimized’ Optimal?” Financial Analyst Journal, vol. 45, no. 1 (January/February), 1988, ss. 31-42.

<http://www.newfrontieradvisors.com/about/research/Articles/documents/markowitz-optimization-enigma-010189.pdf>

MOSSIN Jan, "Equilibrium on Capital Asset Market", *Econometrica*, Vol: 34, 1966, ss. 768-783.

ÖZÇAM Mustafa, *Varlık Fiyatlamaya Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi*, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayınları, 1997.

PALOMBA Giulio, "Multivariate GARCH Models And Black - Litterman Approach For Tracking Error Constrained Portfolios: An Empirical Analysis", ss. 1-33. <http://www.cide.info/conf/papers/P6.pdf>

PEROLD F. Andre, *Large-Scale Portfolio Optimization*, *Management Science*, Vol:30, No:10, Printed in USA. 1984, ss. 1143-1160.

PILBEAM Keith, *Finance and Financial Markets*, Malaysia: Macmillan Press, 1998.

RADDCLIFFE, Robert, C., *Investment*, Scot-Foresman And Company, 1989.

REILLY Frank ve Keith BROWN, *Investment Analysis and Portfolio Management*, Chicago: The Dryden Press, 1989.

ROODPOSHTI, Fraydon, Rahmanay, ve Amirhosseini, Zahra, "Revised Capital Asset Pricing Model: An Improved Model for Forecasting Risk and Return", *Journal of Finance and Accountancy*, <http://www.aabri.com/manuscripts/09355.pdf>

ROSS, A. Stephen, "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, Volume: 13, Issue:3, 1976. <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6WJ3-4CYG-FRT-1KR/2/6acb77fd1b1ddf1b4bbf54cb6fd4d100>

ROY A.D., "Safety First And The Holding of Assets", *Econometrica* Vol: 20, No:3, 1952, ss. 431-449. <http://www.jstor.org/stable/1907413>

RUBINSTEIN Mark, "Markowitz's Portfolio Selection': A Fifty-year Reprospective", *The Journal of Finance*, Vol: LVII, No:3, 2002. ss. 1042-1045. <http://www.yorku.ca/pshum/Courses/Markowitz.pdf>

SATCHELL Stephe, ve Alan SCOWCROFT, “A Demystification of the Black - Litterman model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction”, *Journal of Asset Management* 1(2), 2000, ss. 138-150. <http://www.ingentaconnect.com/content/pal/jam/2000/00000001/00000002/art00004>

SATCHELL Stephen, ve Alan SCOWCROFT, *Advances in Portfolio Construction and Implementation*, Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2003.

SCHACHTER Stanley, Donald C. HOOD, Paul B. ANDREASSEN, Gerin WILLIAM, *Aggregate Variables in Psychology And Economics: Dependence And The Stock Market: Benjamin Gilad ve Stanley Kaish, Handbook of Behavioral Economics, Behavioral Macroeconomics, Vol. B*, JAI Press: Greenwich-London, 1986.

SCHOLZ Hendrik ve Marco WILKENS, “Investor – Specific Performance Measurement – A Justification of Sharpe Ratio And Treynor Ratio”, Working Paper, 2006, ss. 1-22. http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=555840

SCHÖTTLE Katrin, Ralf WERNER ve Rudi ZAGST, “Comparison And Robustification of Bayes And Black - Litterman Models”, ss. 1-17. http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2008/10/2116.pdf

SCHNABEL A. Jacques, “On Mean- Variance Portfolio Selction”, *Managerial and Decision Economics*, Vol: 5, Issue: 1, 1984, ss. 3-6.

SHARPE William, “Capital Asset Prices, A Theory of Market, Equilibrium Under Conditions Of Risk”, *The Journal of Finance*, Vol: 19, No:3,1964, ss. 425-442. <http://www.jstor.org/stable/2977928>

SHARPE William, “Sharpe Ratio”, *Journal of Portfolio Management*, 21/1, 1994, ss. 33-48. <http://www.stanford.edu/~wfsarpe/art/sr/sr.htm>

SHARPE William, “Capital Asset Prices – A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk”, *Journal of Finance*, Vol: 19, 1964, ss. 425-442.

SHARPE William, Gordon J. ALEXANDER ve Jefry W. BAILEY, Investments, New Jersey: Prentice Hall International Inc., 1995.

SHARPE, William, "A Simplified Model for Portfolio Analysis", Management Science, Volume:9, No: 2, Jan.,1963, <http://www.jstor.org/stable/2627407>

SHARPIRO, Alex, Foundations of Finance: The Capital Asset Pricing Model, ss. 11-16. <http://pages.stern.nyu.edu/~ashapiro/courses/B01.231103/FFL09.pdf>

SMITH Keith, Portfolio Management: Theoretical and Empirical Studies of Portfolio-Decision Making, New-York: Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1971.

SPENCER, E. David, "Developing A Bayesian Vector Autoregression Forecasting Model", International Journal of Forecasting, 1993, Vol:9, Issue:3, ss. 407-421. <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6V92-45P4H0T-78/2/5bfe49729848325b4a77573324f7d0c>

TEKER Suat, A Comparative Empirical Investigation of Asset Pricing Models, Ankara: Capital Markets Board, Publication Number: 111, 1998.

THEIL Henri, Principles of Econometrics, John Wiley and Sons, New York 1971.

TOBIN James, "Liquidity Preference As Behavior Towards Risk", Review of Economic Studies, Vol : 26, No: 1, 1958, ss. 65-86. <http://cowles.econ.yale.edu/P/cp/p01a/p0118.pdf>

TOBIN James, "Estimation of Relationships for Limited Dependent Variables", Econometrica (The Econometric Society), Vol No: 26, 1958, ss. 24-36.

TREYNOR Jack L., "How To Rate Management of Investment Funds", Harvard Business Review, XVIII. January February, 1965, ss. 63-75.

TURNBULL S.M., Market Imperfections And The Capital Asset Pricing Model, Journal of Business Finance And Accounting, Vol:4,3. 1977.<http://www3.interscience.wiley.com/user/accessdeni>

ed?ID= 119631920&Act=2138&Code=4719&Page=/cgi-bin/fulltext/119631920/PDFSTART

TÜRKO R. Metin, Finansal Yönetim 1, Erzurum, Atatürk Üniversitesi Uğuz Murat, Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi, İstanbul: TÖBANK, 1990.

UĞUZ, Murat, Menkul Kıymet Seçimi ve Yatırım Yönetimi, Mali ve Ekonomik Yayınlar, İstanbul: TÖBANK, 1990.

ULUCAN Aydın, Portföy Optimizasyonu Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme, 1. Baskı, Ankara: Siyasal Kitabevi, Ağustos, 2004.

UNVAN Hayal, Finansal Varlık Fiyatlandırma Modeli ve Türkiye Üzerine Bir Deneme 1978-1986, Ankara: Sermaye Piyasası Kurulu Yayını, 1989.

ÜSTÜNEL İbrahim Engin, Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması, Ankara: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2000.

WANG Shouyang ve Yusen XIA, “Portfolio Selection And Asset Pricing”, Verlag- Berlin-Heidelberg/Germany: Springer Publishing, 2002, ss. 145-147.

WILLIAMS, John Burr, The Theory of Investment Value, Cambridge MA: Harvard University Press, Fraser Publishing Company, 1938, ss. 1-612.

YAZICI, Bilgehan, Kısaca Portföy Yönetimi 1, <http://www.bilgehanyazici.com/portfoliomgt/theory.htm>

YÖRÜK Nevin, Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj Fiyatlama Modelinin İMKB’de Test Edilmesi, İstanbul: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, 2000.

WALTERS Jay, “The Black - Litterman Model: A Detailed Exploration”, 2008, ss. 1-39. http://www.master272.com/finance/BL/JWalters_Black - Litterman.pdf

ZHANG Ying, “Diversification Benefits of Hedge Funds: a Black - Litterman Approach With Stable Distributions”, 2007, s. 9.

ZHOU Guofu, “Beyond Black - Litterman: Letting The Data Speak”, The Journal of Portfolio Management, vol: 36, no: 1,

2009, ss. 36-45. <http://www.ijournals.com/doi/abs/10.3905/JPM.2009.36.1.036>

Business Finance Online, Portfolio Risk and Return, s. 1. <http://www.zenwealth.com/BusinessFinanceOnline/RR/Portfolios.html>

Risk, Return and The Capital Asset Pricing Model, <http://www.pitt.edu/~czutter/if/ch07.ppt>

Covariance and Calculation of Portfolio Variance, <http://learning.mazoo.net/archives/001385.html>

Portfolios of Two Assets, http://www.stanford.edu/~wfsarpe/mia/rr/mia_rr5.htm#two

Business Finance Online, Portfolio Risk and Return, s. 1. <http://www.zenwealth.com/BusinessFinanceOnline/RR/Portfolios.html>

www.casact.org/pubs/dpp/dpp90/90dpp171.pdf

<http://ekonomiportali.com/81.htm>

<http://www2.standardandpoors.com/spf/pdf/index/factsheet.global1200.pdf>

<http://www.physics.ohio-state.edu/~gan/teaching/spring04/Chapter5.pdf>

<http://www.fransizcasozluk.gen.tr>

<http://www.tdk.gov.tr>

<http://www.hazine.gov.tr/irj/portal/anonymous/IcBorc>

